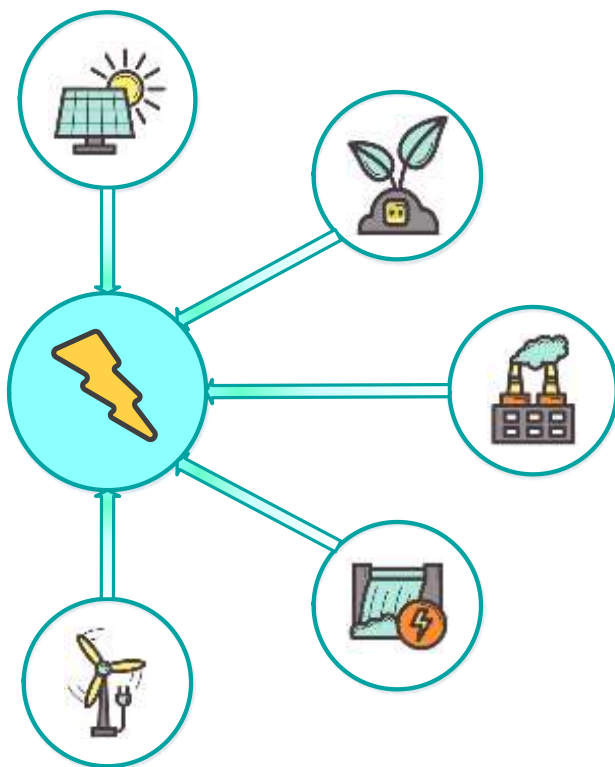


Универзитет „Св. Кирил и Методиј“ во Скопје



Основи на обновливи извори на енергија - збирка решени задачи -



Маја Целеска Крстевска, Влатко Стоилков

Скопје, 2026

Издавач:

Универзитет „Св. Кирил и Методиј“ во Скопје
Бул. „Гоце Делчев“ бр. 9, 1000 Скопје
www.ukim.edu.mk

Уредник за издавачка дејност на УКИМ:

проф. д-р Биљана Ангелова, ректор

Уредник на публикацијата:

вон. проф. д-р Маја Целеска Крстевска, Факултет за електротехника и информациски технологии – Скопје
проф. д-р Влатко Стоилков, Факултет за електротехника и информациски технологии – Скопје

Рецензенти:

1. проф. д-р Горан Рафајловски, Факултет за електротехника и информациски технологии – Скопје
2. проф. д-р Антон Чаушевски, Факултет за електротехника и информациски технологии – Скопје

Техничка обработка:

Маја Целеска Крстевска и Влатко Стоилков

Лектура на македонски јазик:

Ивана Кузмановска

Илустратор:

Маја Целеска Крстевска

CIP - Каталогизација во публикација

Национална и универзитетска библиотека "Св. Климент Охридски", Скопје

519.72:621.391.037.372(075.8)

ЦЕЛЕСКА Крстевска, Маја

Основи на обновливи извори на енергија [Електронски извор] : збирка решени задачи / Маја Целеска Крстевска, Влатко Стоилков ; [илустратор Маја Целеска Крстевска]. - Скопје : Универзитет "Св. Кирил и Методиј", 2026

Начин на пристапување (URL): <https://ukim.edu.mk/e-book/00166>. - Текст во PDF формат, содржи 99 стр., илустр. - Наслов преземен од екранот. - Опис на изворот на ден 25.12.2025. - Библиографија: стр. 98-99

ISBN 978-9989-43-534-8

1. Стоилков, Влатко [автор]

а) Обновливи извори на енергија -- Високошколски учебници -- Вежби

COBISS.MK-ID 67844613

ПРЕДГОВОР

Оваа збирка решени задачи е наменета за студентите од Факултетот за електротехника и информациски технологии – Скопје, но може да ја користат и студенти од другите технички факултети.

Изучувањето на обновливите извори на енергија е од витално значење за иднината на нашата планета. Со вклучување во содржините и вежбите во ова учебно помагало, студентите не само што ќе ги подобрат своите технички вештини туку и ќе станат дел од глобалното движење кон одржливи енергетски решенија. Се надеваме дека збирката ќе ја инспирира следната генерација на електроенергетски инженери да иновираат и да водат проекти во областа на обновливите извори на енергија.

Во збирката се обработени оние области и поими што се изучуваат во рамките на едносеместралниот предмет Основи на обновливи извори на енергија.

Книгата е поделена во четири глави, секоја посветена на следните извори на енергија: сончева енергија, биоенергија, хидроенергија и ветерна енергија. При подготовка на збирката направен е обид задачите да се подредени методолошки, а нивните решенија да се изложени детално, што би овозможило секој читател да ги совлада без поголеми тешкотии. Покрај ова, со цел да се олесни изучувањето на методите и техниките за решавање задачи од областа на обновливите извори на енергија, збирката содржи голем број слики.

Во согласност со материјалот кој се изучува по предметот Основи на обновливи извори на енергија, во некои глави одредени типови задачи се позастапени. Еден дел од задачите во збирката се избрани испитни задачи од последните неколку години. Нумерацијата на сликите и табелите за секоја глава се посебни.

Им благодариме на рецензентите проф. д-р Горан Рафајловски и проф. д-р Антон Чаушевски, кои со своите добронамерни сугестии и забелешки помогнаа во подобрувањето на оваа збирка задачи.

Наставници

вон. проф. д-р Маја Целеска Крстевска

проф. д-р Влатко Стоилков

Содржина

1. Искористување на енергијата на сонцето.....	5
1.1 Воведни задачи	5
1.2 Сончево зрачење – накусување и ориентација.....	11
1.3 Искористување на топлинската енергија на сончевото зрачење.....	15
1.4 Конверзија на енергијата на сончевото зрачење во електрична енергија	24
2. Биоенергија и биомаса	39
3. Искористување на хидроенергијата	47
4. Енергија на ветерот.....	71
4.1 Процена на енергетскиот потенцијал на ветерот.....	72
4.2 Енергетски карактеристики на ветерни турбини.....	84
Листа на ознаки.....	102
Корисни линкови	104
Литература.....	107

1. Искористување на енергијата на сонцето

Сончевата енергија е еден од најзастапените и најразновидни обновливи извори на енергија достапни денес. Ова поглавје ги истражува принципите и технологиите вклучени во искористувањето на сончевата енергија. Од соларни термални системи до фотоволтаични модули, студентите ќе имаат можност да научат како сончевата светлина се претвора во употреблива електрична енергија. Вежбите во ова поглавје се одбрани да го продлабочат разбирањето на системите за соларна енергија, нивниот дизајн и нивната интеграција во електричната мрежа. Со совладување на овие концепти, студентите ќе бидат добро подготвени да иновираат и оптимизираат решенија за соларна енергија за одржлива иднина.

1.1 Воведни задачи

Задача 1.1: Во Табела 1.1 се прикажани дневните дистрибуции на средното сончево зрачење [Wh/m^2], за месеците: јануари, април, јули и октомври.

а) Да се пресмета вкупното средно сончево дневно зрачење за тие месеци;

б) Ако се изгради сончева електрична централа со $n = 100$ колектори, со вкупна активна површина $A = 100 \text{ m}^2$, да се пресмета очекуваното годишно производство на електрична енергија.

Да се смета дека коефициентот на полезно дејство на сончевата електрична централа е $\eta = 0,17$.

Табела 1.1: Дневни дистрибуции на средното сончево зрачење

#	интервал [h]	јануари [Wh/m ²]	април [Wh/m ²]	јули [Wh/m ²]	октомври [Wh/m ²]
1	4-5	18	20	25	19
2	5-6	92	112	123	101
3	6-7	126	184	248	157
4	7-8	147	378	469	241
5	8-9	157	448	591	365
6	9-10	192	541	786	378
7	10-11	214	654	936	412
8	11-12	234	674	1241	450
9	12-13	167	589	962	381
10	13-14	132	541	887	337
11	14-15	120	501	620	285
12	15-16	115	438	539	267
13	16-17	94	269	367	184
14	17-18	52	177	247	124
15	18-19	31	113	197	77
16	19-20	23	27	42	24

Решение:

Познати параметри во задачата:

$I_{innt(h)}$ - дневните дистрибуции на средното сончево зрачење за 4 карактеристични месеци

а) $I_1, I_4, I_7, I_{10} = ?$

б) $n = 100$ колектори

$A = 100 \text{ m}^2$

$\eta = 0,17$

$E_G = ?$

а) $I_1 = \sum_{i=1}^{15} I_{innt(h)} = 18 + 92 + \dots + 23 = 1891 \text{ Wh/m}^2$ - вк. ср. сончево дневно зрачење за јануари;

$I_4 = \sum_{i=1}^{15} I_{innt(h)} = 20 + 112 + \dots + 27 = 5666 \text{ Wh/m}^2$ - вк. ср. сончево дневно зрачење за април;

$I_7 = \sum_{i=1}^{15} I_{innt(h)} = 25 + 123 + \dots + 42 = 8280 \text{ Wh/m}^2$ - вк. ср. сончево дневно зрачење за јули;

$I_{10} = \sum_{i=1}^{15} I_{innt(h)} = 19 + 101 + \dots + 24 = 3802 \text{ Wh/m}^2$ - вк. ср. сончево дневно зрачење за октомври.

б) Се претпоставува дека секој месец има по 30 дена ($T = 30$) и дека во годината има по 3 месеци со приближни карактеристики на сончевото зрачење како наведените четири месеци => вкупно 12 месеци.

$E_g = 3(I_1 + I_4 + I_7 + I_{10})$

$E_i = I_i \cdot A \cdot \eta_{el} \cdot T$ - месечно производство на електрична енергија од сончевата електрична централа

$E_1 = I_1 \cdot A \cdot \eta_{el} \cdot T = 1891 \text{ Wh/m}^2 \cdot 100 \text{ m}^2 \cdot 0,17 \cdot 30 = 964,1 \text{ kWh/месечно}$

$E_4 = I_4 \cdot A \cdot \eta_{el} \cdot T = 2889,66 \text{ kWh/месечно}$

$E_7 = I_7 \cdot A \cdot \eta_{el} \cdot T = 4222,8 \text{ kWh/месечно}$

$E_{10} = I_{10} \cdot A \cdot \eta_{el} \cdot T = 1939,02 \text{ kWh/месечно}$

$E_g = 3(E_1 + E_4 + E_7 + E_{10}) = 30,047 \text{ MWh/годишно}$

Задача 1.2: Во

Табела **1.2** се дадени просечните дневни енергии на сончевото зрачење за едно подрачје [kWh/m^2], во периодот 1997 – 2007 година, и тоа: просечни максимални дневни енергии во тој период, просечни дневни енергии и просечни дневни енергии во облачен ден. Да се пресмета годишното производство на електрична енергија на сончева електрична централа, чии колектори се со вкупна активна површина $A = 100 \text{ m}^2$. Да се смета дека секој месец има 30 дена, а коефициентот на полезно дејство на сончевата електрична централа е $\eta = 0,15$.

Табела 1.2: Просечни дневни енергии на сончевото зрачење

месец	макс. сонч. зрач. [kWh/m ²]	ср. сонч. зрач. [kWh/m ²]	мин. сонч. зрач. [kWh/m ²]
1	3	1	0,5
2	5	2	1
3	6,25	2,5	1,25
4	7	3,5	2,25
5	8,75	5,25	3
6	10	6	5
7	11	7,25	5,25
8	7,5	5	3
9	5,75	4	2
10	4	2,5	1
11	3,25	1	0,5
12	2	0,5	0,25

Решение:

Познати параметри во задачата:

$I_{max(h)}, I_{sr(h)}, I_{min(h)}$ - просечните дневни енергии на сончевото зрачење

$$A = 100 \text{ m}^2$$

$$\Delta t_i = 30 \text{ дена}$$

$$\eta = 0,15$$

$$E_G = ?$$

Вкупната енергија на сончевото зрачење во текот на годината се одредува со релацијата:

$$I = \sum_{i=1}^{12} I_i \cdot \Delta t_i =>$$

$$I_{max} = 30 \cdot (3 + 5 + \dots + 2) = 1260 \text{ kWh/m}^2$$

$$I_{sr} = 30 \cdot (1 + 2 + \dots + 0,5) = 570 \text{ kWh/m}^2$$

$$I_{min} = 30 \cdot (0,5 + 1 + \dots + 0,25) = 450 \text{ kWh/m}^2$$

Годишно производство на електрична енергија:

$$E_{g,max} = I_{max} \cdot A \cdot \eta_{el} = 1260 \cdot 100 \cdot 0,15 = 18,9 \text{ MWh}$$

$$E_{g,sr} = I_{sr} \cdot A \cdot \eta_{el} = 8,55 \text{ MWh}$$

$$E_{g,min} = I_{min} \cdot A \cdot \eta_{el} = 6,75 \text{ MWh}$$

Задача 1.3: Еден мал електричен потрошувач (на пр., канцеларија) се напојува исклучиво од фотонапонски модули, а се состои од четири 12 V DC потрошувачи - секој со моќност од 11 W, кои се користат максимум 4 h дневно, и мали 220 V AC потрошувачи (на пр., решо, бојлерче), чии максимални потреби изнесуваат 150 W, 6 h дневно.

а) Да се определи бројот на батерии со капацитет од 65 Ah потребни да се осигури снабдувањето со електрична енергија во текот на 5 дена, во случај на недостапност од обновливи извори на енергија. Притоа да се претпостави следново: сигурносна резерва 20 %, ефикасност на батериите 80 % и ефикасност на инверторот (600 W) 90 %.

б) По 4 дена недостиг на сонце, петтото утро било многу ладно и во просториите непланирано е вклучена греалка со моќност од 0,5 kW, во времетраење од 3 h. Дали батериите може да обезбедат тој ден напојување за сите потрошувачи во зададеното времетраење (4x12 V DC за 4 h и 6 h напојување за 220 V AC)?



Слика 1.1 Шематски приказ на системот за напојување со ЕЕ и потрошувачите

Решение:

Познати параметри во
задачата:

Потрошувачи: DC: $4 \times 12 \text{ V} \sim P_{DC} = 11 \text{ W}$ по 4 часа дневно

AC: $220 \text{ V} \sim P_{AC} = 150 \text{ W}$ по 6 часа дневно

Инвертер: DC/AC при што: 12 V/220 V,

$$P_{inv} = 600 \text{ W}, \eta_{inv} = 90\%$$

Капацитет на една батерија $C_{bat} = 65 \text{ Ah}$ (Ah „колку ампери може да испорача батеријата за еден час, при соодветно напонско ниво“)

Ефикасност на батериите $\eta_{bat} = 80\%$

Сигурносна резерва $K_{rez} = 20\%$

а) Со цел да се определи вкупниот број на батерии, потребно е нивниот вкупен капацитет да се подели со капацитетот на една од батериите:

$$n = \frac{C_{VK}}{C_{bat}}$$

За да се определи вкупниот капацитет на батериите, треба да се земе предвид нивната ефикасност:

$$\eta_{bat} = \frac{C_{izl}}{C_{VK}} \Rightarrow C_{VK} = \frac{C_{izl}}{\eta_{bat}}$$

За да се пресмета излезниот капацитет од батериите, се користи тоа што е познат напонот на батериите (12 V) - како напон на инвертерот и на DC потрошувачите. Излезниот капацитет е потребен да се покрие потрошената електрична енергија од сите потрошувачи- $E_{VK} \Rightarrow$

$$E_{VK} = E_{dnevno} \cdot T_d \cdot K_{rez}$$

Вкупната електрична енергија што се троши во текот на еден ден:

$$E_{dnevno} = E_{DC,dnevno} + E_{AC,dnevno}$$

Потрошената електрична енергија што се предава на DC потрошувачите може да се пресмета ако нивниот број се помножи со нивната моќност и со времето за кое тие биле користени:

$$E_{DC,dnevno} = n \cdot P_{DC} \cdot T_{DC} = 4 \cdot 11 \cdot 4 = 176 \text{ Wh}$$

Потрошената електрична енергија од страна на AC потрошувачите може да се добие ако се земат предвид нивната моќност, времето за кое биле користени, како и ефикасноста на инвертерот кој има задача да го овозможи напојувањето:

$$E_{AC,dnevno} = \frac{P_{izl AC}}{\eta_{inv}} \cdot T_{AC} = \frac{150}{0,9} \cdot 6 = 1000 \text{ Wh} \Rightarrow$$

$$E_{dnevno} = E_{DC,dnevno} + E_{AC,dnevno} = 1176 \text{ Wh}$$

Вкупната електрична енергија што се предава на потрошувачите во текот на петте дена:

$$E_{VK} = E_{dnevno} \cdot T_d \cdot K_{rez} = 1176 \cdot 5 \cdot 1,2 = 7056 \text{ Wh}$$

Излезниот капацитет кој го имаат батериите и кој е потребен да се покрие потрошената електрична енергија од страна на потрошувачите изнесува:

$$C_{izl} = \frac{E_{VK}}{U_{DC}} = \frac{7056}{12} = 588 \text{ Ah} \Rightarrow$$

$$C_{VK} = \frac{C_{izl}}{\eta_{bat}} = \frac{588}{0,8} = 735 \text{ Ah} \Rightarrow$$

$$n = \frac{C_{VK}}{C_{bat}} = \frac{735}{65} = 11,3 \approx 12 \text{ батерии}$$

6) Познато: греалка $P_{grealka} = 0,5 \text{ kW}$, $T_{grealka} = 3 \text{ h}$

За да се испита дали батериите ќе имаат капацитет да го издржат непланираното вклучување на греалката, се поаѓа од вкупната електрична енергија што била потрошена за четири дена:

$$E_{VK,4 \text{ dena}} = E_{dnevno} \cdot T_d = 1176 \cdot 4 = 4704 \text{ Wh} \Rightarrow$$

$$C_{bat,4 \text{ dena}} = \frac{\left(\frac{E_{VK,4 \text{ dena}}}{U_{DC}}\right)}{\eta_{bat}} = \frac{\frac{4704}{12}}{0,8} = 490 \text{ Ah}$$

Вкупниот капацитет на 12 батерии од кои секоја со $C_{bat} = 65 \text{ Ah}$, изнесува:

$$C_{VK} = n \cdot C_{bat} = 12 \cdot 65 = 780 \text{ Ah}$$

Преостанатиот капацитет од батериите (во %) кој е на располагање може да се пресмета ако од нивниот вкупен капацитет се одземе капацитетот на батериите кој бил потрошен за првите четири дена:

$$\frac{780 - 490}{780} \cdot 100 = 37,2 \%$$

Од овој преостанат капацитет треба да се покрие потрошената електрична енергија од греалката:

$$E_{grealka} = \frac{P_{grealka}}{\eta_{inv}} \cdot T_{grealka} = \frac{500}{0,9} \cdot 3 = 1666,7 \text{ Wh} \Rightarrow$$

Капацитетот (Ah) на греалката:

$$C_{grealka} = \frac{\left(\frac{E_{grealka}}{U_{DC}}\right)}{\eta_{bat}} = \frac{\frac{1666,7}{12}}{0,8} \approx 173,6 \text{ Ah}$$

По ова, преостанатиот капацитет од батериите изнесува:

$$37,2 - \frac{173,6}{780} \cdot 100 = 14,9 \%$$

Потребно е да се земе предвид и сигурносната резерва на батериите $K_{rez} = 20 \%$, при што се заклучува дека преостанатиот капацитет на батериите не е доволен ниту за да ги покрие потребите на сигурносната резерва на батериите:

$$14,9 - 20 = -5,1 \%$$

А за петтиот ден треба да се потроши и $E_{dnevno} = 1176 \text{ Wh}$.

Се заклучува дека батериите НЕМА да можат да обезбедат напојување за сите потрошувачи во текот на петтиот ден.

1.2 Сончево зрачење – накусување и ориентација

Задача 1.4: Да се определи оптималниот агол под кој би требало да се позиционира ФВ модул, ориентиран наспроти југ и сместен во Скопје, на први март. Географската ширина за Скопје е $\varphi = 41,9960^\circ$.

Решение:

Познати параметри во задачата:

ФВ модул ориентиран наспроти југ

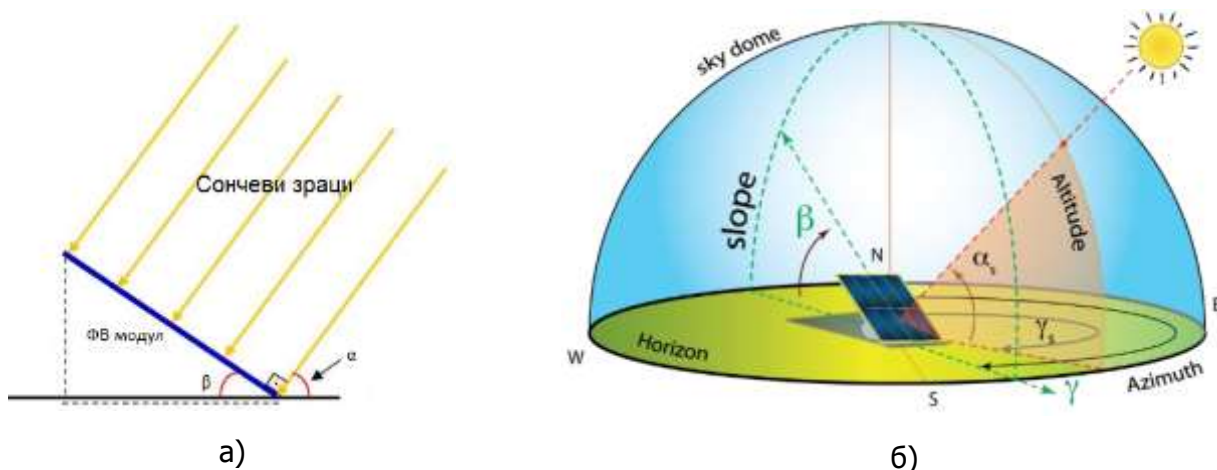
Датум: 1.III

$LAT = \varphi = 41,9960^\circ$

$\beta = ?$

Оптимален агол под кој би требало да се позиционира ФВ модул- β , значи дека сончевите зраци ќе паѓаат под прав агол врз модулот. Овој агол варира зависно од промената на положбата на Земјата во однос на Сонцето во текот на една година. Според Слика 1.2 а), аголот β се пресметува според едноставната формула:

$$180^\circ = \beta + 90^\circ + \alpha$$



Слика 1.2 Приказ на аголот под кој паѓаат сончевите зраци врз ФВ модул- α , [1]

Аголот α под кој паѓаат сончевите зраци врз хоризонтална површина се определува според изразот:

$$\alpha = 90^\circ - \varphi + \delta$$

Аголот, пак, кој е формиран помеѓу рамнината на екваторот и линијата која е повлечена од центарот на Сонцето до центарот на Земјата се нарекува соларна деклинација δ . Аголот со вредност $\pm 23,45^\circ$ е агол под кој е наклонета оската на ротација на Земјата. Овие термини се прикажани на Слика 1.3. Според ова, аголот на деклинација се пресметува според изразот:

$$\delta = -23,45^\circ \cdot \cos\left(\frac{360}{365} \cdot (d + 10)\right), *$$

каде што d е реден број на денот во годината кога треба да се определи оптималниот агол:

$$d = 31 + 28 + 1 = 60 - 01. III \text{ е шеесети ден во годината} \Rightarrow$$

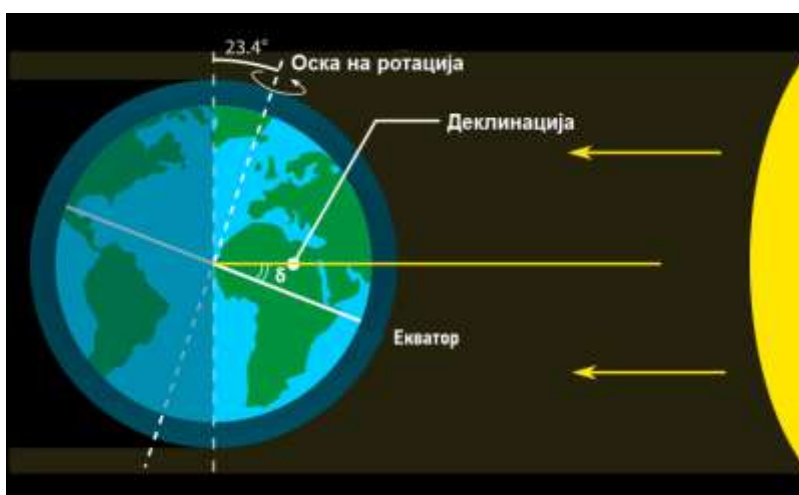
$$\delta = -23,45^\circ \cdot \cos\left(\frac{360}{365} \cdot (60 + 10)\right) = -8,39^\circ \text{ изнесува деклинацијата} \Rightarrow$$

$$\alpha = 90^\circ - \varphi + \delta = 90^\circ - 41,996^\circ - 8,39^\circ = 39,614^\circ - \text{аголот под кој}$$

паѓаат сончевите зраци врз хоризонтална површина $\Rightarrow$

За оптималниот агол под кој треба да се позиционира ФВ модул на 1.III во Скопје, се добива:

$$\beta = 90^\circ - \alpha = 50,386^\circ$$



Слика 1.3 Аголот на сончева деклинација - δ е аголот што го формираат сончевите зраци со екваторот на Земјата

Задача 1.5: Да се пресмета просечно дневно сончево зрачење врз хоризонтална површина за месеците јануари и февруари (I_{n_i}) и индексот за просечна месечна ведрина k_T , за место со географска ширина $\varphi = 42^\circ$, ако екстратерестријалното просечно дневно сончево зрачење врз хоризонтална површина $I_{0,d,SR}^{hor}$, е одредено за месеците јануари и февруари врз основа на мерењата прикажани во Табела 1.3. За да се намали пресметковната постапка, може да се пресметуваат вредности еднаш седмично за месеците и тие да се сметаат како просечни вредности на неделно ниво.

* +10 се должи на фактот дека зимската краткоденица се случува пред почетокот на годината. Во равенката, исто така, се претпоставува дека орбитата на Сонцето е совршен круг и делот $360/365$ го претвора бројот на денови во положба во орбитата.

Табела 1.3: Просечно дневно сончево зрачење врз хоризонтална површина за јануари и февруари

Месец	Јануари	февруари
$I_{0,d,sr}^{hor}$ [MJ/m ²]	5,5	7,2

Решение:

Познати параметри во задачата:

 $I_{0,d,sr}^{hor}$ - просечно дневно сончево зрачење врз хоризонтална површина

$$LAT = \varphi = 42^\circ$$

$$I_{n_i} = ?$$

$$k_T = ?$$

Сончевото зрачење врз хоризонтална површина се пресметува според изразот:

$$I_{n_i} = \frac{86400}{\pi} \cdot S_k \cdot \left[1 + 0.034 \cdot \cos \frac{360^\circ \cdot n}{365} \right] \cdot \left[\frac{2\pi}{360} \cdot \omega_s \cdot \sin \varphi \cdot \sin \delta + \sin \omega_s \cdot \cos \varphi \cdot \cos \delta \right], \text{ каде што}$$

 $\omega_s = \arccos(-\tan \varphi \cdot \tan \delta)$ – е часовен агол $\delta = -23,45^\circ \cdot \cos \left(\frac{360}{365} \cdot (d + 10) \right)$ – деклинација $S_k = 1366 \text{ W/m}^2$ – сончева константа (просечна вредност) d – ден во годинатаЈануари (вкупно 31 ден, 4 недели)

$$d = 1$$

$$\delta_1 = -23,45^\circ \cdot \sin \left(\frac{360}{365} \cdot (1 + 10) \right) = -23,031^\circ$$

$$\omega_{s1} = \arccos(-\tan 42^\circ \cdot \tan(-23,031^\circ)) = 67,5^\circ$$

$$I_1 = 27501,97 \cdot 1366 \cdot 1,03399 \cdot (-0,333 + 0,796) = 17960274,06 \text{ Ws/m}^2 = 17,96 \text{ MJ/m}^2$$

Важно е да се напомене дека **1 Ws = 1 J**

$$d = 8$$

$$\delta_8 = -23,45^\circ \cdot \sin \left(\frac{360}{365} \cdot (7 + 10) \right) = -22,333^\circ$$

$$\omega_{s8} = \arccos(-\tan 42^\circ \cdot \tan(-22,333^\circ)) = 68,29^\circ$$

$$I_8 = 18,36 \text{ MJ/m}^2$$

$$d = 15$$

$$\delta_{15} = -23,45^\circ \cdot \sin \left(\frac{360}{365} \cdot (15 + 10) \right) = -21,312^\circ$$

$$\omega_{s15} = \arccos(-\operatorname{tg}42^{\circ} \cdot \operatorname{tg}(-21,312^{\circ})) = 69,435^{\circ}$$

$$I_{15} = 18,98 \text{ MJ/m}^2$$

$$\underline{d = 22}$$

$$\underline{d = 29}$$

$$\delta_{22} = -19,98^{\circ}$$

$$\delta_{29} = -18,361^{\circ}$$

$$\omega_{s22} = 70,89^{\circ}$$

$$\omega_{s29} = 72,61^{\circ}$$

$$I_{22} = 19,798 \text{ MJ/m}^2$$

$$I_{29} = 20,84 \text{ MJ/m}^2$$

$$I_{\text{јан.}} = \frac{E_1 + E_8 + E_{15} + E_{22} + E_{29}}{5} = 19,188 \text{ MJ/m}^2$$

Февруари (31+28=59 дена)

$$\underline{d = 32}$$

$$\delta_{32} = -23,45^{\circ} \cdot \sin\left(\frac{360}{365} \cdot (32 + 10)\right) = -17,58^{\circ}$$

$$\omega_{s32} = \arccos(-\operatorname{tg}45,82^{\circ} \cdot \operatorname{tg}(-17,516^{\circ})) = 73,42^{\circ}$$

$$I_{32} = 21,35 \text{ MJ/m}^2$$

$$\underline{d = 39}$$

$$\underline{d = 46}$$

$$\delta_{39} = -15,59^{\circ}$$

$$\delta_{46} = -13,37^{\circ}$$

$$\omega_{s39} = 75,45^{\circ}$$

$$\omega_{s46} = 77,64^{\circ}$$

$$I_{39} = 22,72 \text{ MJ/m}^2$$

$$I_{46} = 24,32 \text{ MJ/m}^2$$

$$\underline{d = 53}$$

$$\underline{d = 59}$$

$$\delta_{53} = -10,96^{\circ}$$

$$\delta_{59} = -8,76^{\circ}$$

$$\omega_{s53} = 79,96^{\circ}$$

$$\omega_{s59} = 82,02^{\circ}$$

$$I_{53} = 26,15 \text{ MJ/m}^2$$

$$I_{59} = 27,91 \text{ MJ/m}^2$$

$$I_{\text{фев.}} = \frac{I_{32} + I_{39} + I_{46} + I_{53} + I_{59}}{5} = 24,49 \text{ MJ/m}^2$$

Индексот за просечна месечна ведрина се пресметува како однос од екстратерестријалното просечно дневно сончево зрачење врз хоризонтална површина $I_{0,d,sr}^{hor}$ и просечното дневно сончево зрачење врз хоризонтална површина I_{n_i} . Овој индекс, **зависно од географската ширина**, може да има вредности околу 0,25 за зимски облачни месеци до 0,75 за претежно сончеви и ведри месеци:

$$k_{T_i} = \frac{I_{0,d,sr}^{hor}}{I_{n_i}}$$

$$k_{T_{\text{јан.}}} = \frac{I_{0,d,sr,\text{јан.}}^{\text{hor}}}{I_{\text{јан.}}} = \frac{5,5}{13,875} = 0,2866$$

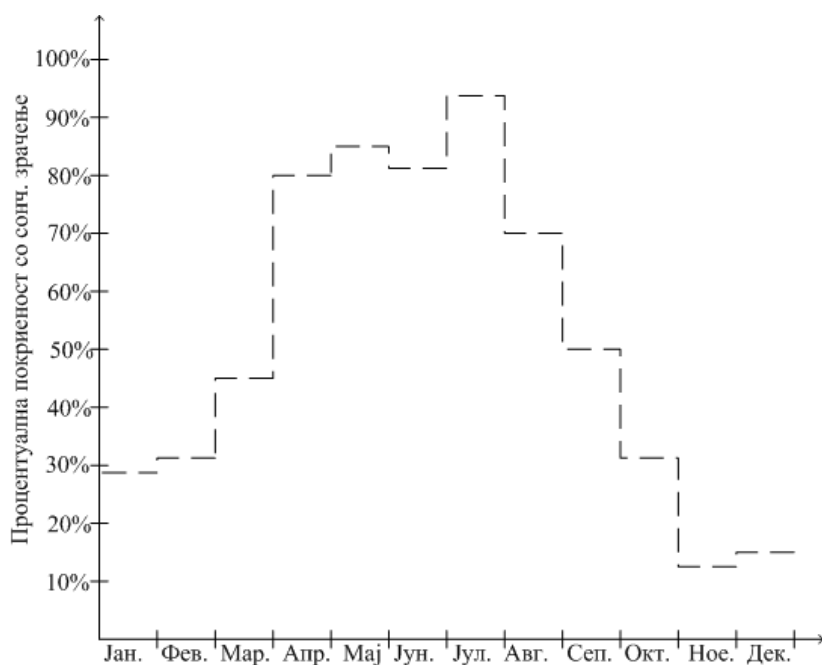
$$k_{T_{\text{фев.}}} = \frac{I_{0,d,sr,\text{фев.}}^{\text{hor}}}{I_{\text{фев.}}} = \frac{7,2}{19,054} = 0,294$$

$$k_T = \frac{k_{T_{\text{јан.}}} + k_{T_{\text{фев.}}}}{2} = 0,29$$

1.3 Искористување на топлинската енергија на сончевото зрачење

Задача 1.6: На Слика 1.4 е прикажано колку енергија процентуално е потребна за загревање на санитарна вода до $t = 45^\circ\text{C}$, а која може да се обезбеди преку сончевото зрачење и дополнително колку е потребно да се обезбеди од други извори. Просечно домаќинство годишно троши околу 4000 kWh за загревање вода. Од 1 L течно фосилно гориво може да се добијат околу 10 kWh топлинска енергија, а со согорување на 1 L се ослободуваат 68 L CO_2 .

- Колку kWh годишно може да се добијат од енергијата на сончевото зрачење?
- Колку литри течно фосилно гориво се потребни за догревање на водата?
- Колку литри течно фосилно гориво се потребни без користење на сончевото зрачење?
- Колкава е редукцијата на CO_2 со користење на енергијата на сончевото зрачење?



Слика 1.4 Процентуална искористеност на сончевото зрачење за добивање топла санитарна вода

Решение:

Познати параметри во задачата:

$$t = 45 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$E_g = 4000 \text{ kWh}$$

$$E_{spec}^{fos} = 10 \text{ kWh}$$

$$V_{spec}^{fos} = 68 \text{ L CO}_2$$

$$\text{а) } E_g^{sun} = ?$$

$$\text{б) } V_{fos} = ?$$

$$\text{в) } V_{fos} = ? \text{ без користење сончево зрачење}$$

$$\text{г) } V_{CO_2} = ?$$

а) Од дијаграмот, процентуалната искористеност по месеци за сончевото зрачење изнесува:

Јануари 28 %	Април 80 %	Јули 94 %	Октомври 31 %
Февруари 31 %	Мај 85 %	Август 70 %	Ноември 12 %
Март 45 %	Јуни 81 %	Септември 50 %	Декември 15 %

Под претпоставка дека просечната потрошувачка од 4000 kWh/год. за едно домаќинство е рамномерно распределена во текот на 12 месеци, годишната енергија од сончевото зрачење што може да се добие изнесува:

$$E_g^{sun} = \frac{E_g}{12} \sum_{i=1}^{12} E_i^{sun} = \frac{4000}{12} (0,28 + 0,31 + 0,45 + \dots + 0,15) = 2073,3 \text{ kWh}$$

$$\text{б) } E_g^{fos} = E_g - E_g^{sun} = 4000 - 2073,3 = 1926,7 \text{ kWh}$$

Бидејќи со согорување на 1 l фосилно гориво се добиваат 10 kWh енергија =>

$$V_{fos} = \frac{E_g^{fos}}{E_{spec}^{fos}} = \frac{1926,7}{10} = 192,67 \text{ L}$$

=> 193 L фосилно гориво годишно е потребно за догревање на санитарната вода

в) Без искористување на енергијата на сончевото зрачење, потребно е:

$$V_{fos} = \frac{E_g}{E_{spec}^{fos}} = \frac{4000}{10} = 400 \text{ L}$$

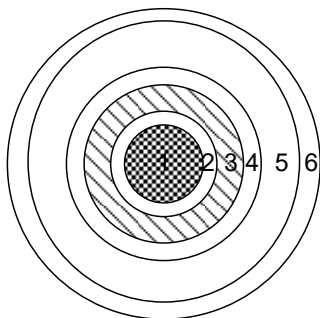
=> 400 фосилно гориво, што е двојно повеќе споредено со резултатот под б).

г) Од 1 L фосилно гориво се ослободуваат 68 L CO₂ =>

$$V_{CO_2} = \frac{E_g^{sun}}{E_{spec}^{fos}} \frac{2073,3}{10} = 207,33 \text{ L} \Rightarrow V_{CO_2} \cdot V_{spec}^{fos} = 207,33 \cdot 68 = 14096,4 \text{ L } CO_2$$

е редукијата на CO_2 .

Задача 1.7: Да се пресмета вкупниот коефициент на пренос на топлина- U_L за колекторот прикажан на Слика 1.5 за кој се дадени следните параметри:



Слика 1.5: Колекторска цевка

$L = 10,67 \text{ m}$ - активна должина на цевка;

$D_1 = 0,09 \text{ m}$ - внатрешен дијаметар на доводна цевка;

$D_2 = 0,12 \text{ m}$ - надворешен дијаметар на доводна цевка;

$D_3 = 0,39 \text{ m}$ - внатрешен дијаметар на селектирачка цевка;

$D_4 = 0,43 \text{ m}$ - надворешен дијаметар на селектирачка цевка;

$D_5 = 0,49 \text{ m}$ - внатрешен дијаметар на надворешна цевка;

$D_6 = 0,53 \text{ m}$ - надворешен дијаметар на надворешна цевка;

$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/(m}^2\text{K)}$ - Штефан-Болцманова константа;

$T_a = 40^\circ\text{C}$ – амбиентална температура на воздухот;

$T_{fi} = 55^\circ\text{C}$ – температура на доведен флуид;

$T_4 = 160^\circ\text{C}; T_5 = 140^\circ\text{C}; T_6 = 110^\circ\text{C};$

$k = 1,09 \text{ W/(m}^\circ\text{C)}$ – коефициент за термичка кондукција на стакло;

$v = 1 \text{ m/s}$ – брзина на струење на флуидот низ цевката;

$F_{45} = 0,50$ – фактор на форма помеѓу слој 4 и 5;

$\varepsilon_4 = 0,05; \varepsilon_5 = \varepsilon_6 = 0,9$ – диелектрични константи на соодветните материјали.

Решение:

Плоштина на одделните сегменти на цевката:

$$A_4 = \pi \cdot D_4 \cdot L = 3,14 \cdot 0,43 \cdot 10,67 = 14,40 \text{ m}^2;$$

$$A_5 = \pi \cdot D_5 \cdot L = 16,42 \text{ m}^2;$$

$$A_6 = \pi \cdot D_6 \cdot L = 17,76 \text{ m}^2;$$

$$\frac{A_4}{A_5} = 0,877; \frac{A_6}{A_4} = 1,23;$$

$$h = 5,7 + 3,5 \cdot v = 9,5 \text{ W/m}^2\text{C} - \text{вкупен коефициент за пренос на топлина}$$

$$U_L = \frac{1}{\frac{1}{h_4} + \frac{1}{h_5} + \frac{1}{h_6}}$$

$$h_4 = \frac{\sigma(T_4 + T_5)(T_4^2 + T_5^2)}{\frac{1 - \varepsilon_4}{\varepsilon_4} + \frac{1}{F_{45}} + \frac{1 - \varepsilon_5}{\varepsilon_5} \frac{A_4}{A_5}} = 0,8098 \text{ W/(m}^2 \text{ } ^\circ\text{C)}$$

$$h_5 = \frac{k}{\frac{D_4}{2} \ln\left(\frac{D_6}{D_5}\right)} = 64,88 \text{ W/(m}^2 \text{ } ^\circ\text{C)}$$

$$h_6 = \frac{h + \varepsilon_6 \sigma(T_6 + T_a)(T_6^2 + T_a^2)}{\frac{A_6}{A_4}} = 14,74 \text{ W/(m}^2 \text{ } ^\circ\text{C)} \Rightarrow U_L = 0,75 \text{ W/(m}^2 \text{ } ^\circ\text{C)}$$

Задача 1.8: Да се пресмета потребната топлинска енергија за загревање на санитарна вода во едно домаќинство со следните податоци:

- накусување на покривот од хоризонтала – 30° ;
- број на членови во домаќинството – $n = 4$;
- температура на потрошена топла вода – $t_{tv} = 45^\circ\text{C}$;
- температура на ладна вода – $t_{lv} = 10^\circ\text{C}$.

Периодот на употреба на соларниот систем е од почеток на мај до крај на септември, со следните податоци за просечно топлинско зрачење:

- $I_{dn,r}^{pr} = 3750 \text{ Wh/m}^2 \text{ дневно}$ – за регионот за кој се прави пресметката;
- $I_{dn}^{pr} = 3500 \text{ Wh/m}^2 \text{ дневно}$ – за конкретната локација која се наоѓа во тој регион;
- степен на искористеност на соларниот систем е $0,8$.

Температурата на топлата вода во резервоарот треба да биде 60°C . Потрошувачката на топла вода е 65 L/член дневно . Минималното количество топлинска енергија која соларниот колектор може да ја оддаде во периодот, со накусувањето на кое е поставен, од почетокот на мај до крајот на септември, односно во периодот на употреба на соларниот колектор, е $2900 \text{ Wh/m}^2 \text{ дневно}$. Корекциониот фактор за отклон на соларниот колектор од 30° во правец југ, е $k = 1,018$.

Решение:

Познати параметри во задачата:

$$\beta = 30^\circ$$

$$n = 4$$

$$t_{tv} = 45^\circ\text{C}$$

$$t_{lv} = 10^\circ\text{C}$$

$$I_{dn,r}^{pr} = 3750 \text{ Wh/m}^2 \text{ дневно}$$

$$I_{dn}^{pr} = 3500 \text{ Wh/m}^2 \text{ дневно}$$

$$\eta = 0,8$$

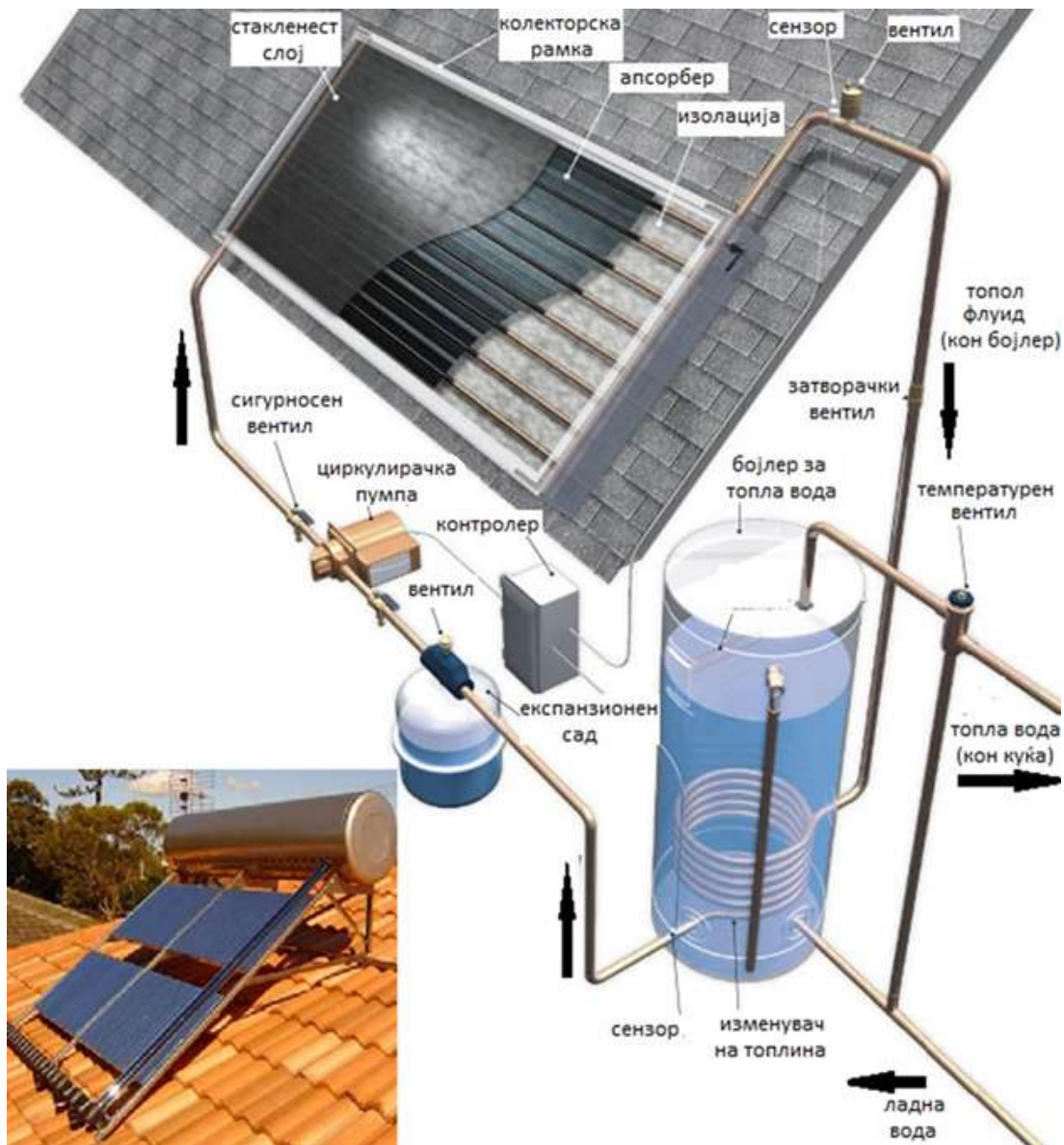
$$t_{rv} = 60\text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$V_{spec} = 65\text{ L/член}$$

$$Q_s = 2900\text{ Wh/m}^2$$

$$k = 1,018$$

$$A = ?$$



Слика 1.6: Соларен термален систем за топла вода во едно домаќинство

Потребната топлинска енергија за обезбедување на потрошувачката на топла вода е:

$$Q_p = \frac{V_{spec} \cdot n \cdot c \cdot (t_{tv} - t_{lv})}{\eta}, \text{ каде што}$$

$c = 1,16 \frac{\text{Wh}}{\text{kgK}}$ – специфичен топлински капацитет на вода;

$$Q_p = \frac{65 \cdot 4 \cdot 1,16 \cdot (45 - 10)}{0,8} = 13195 \text{ Wh/дневно};$$

Потребниот волумен за резервоарот за вода е:

$$V_R = \frac{V \cdot n \cdot (t_{tv} - t_{lv})}{(t_{rv} - t_{lv})} = \frac{65 \cdot 4 \cdot (45 - 10)}{(60 - 10)} = 182 \text{ L}$$

Потребната површина на сончевиот колектор е:

$$A = \frac{Q_p \cdot I_{dn,r}^{pr} \cdot k}{Q_s \cdot I_{dn}^{pr}} = \frac{13195 \cdot 3750 \cdot 1,018}{2900 \cdot 3500} = 4,96 \text{ m}^2 \approx 5 \text{ m}^2$$

Задача 1.9 Да се пресмета количеството добиена топла вода и степенот на ефикасност на соларен колектор со површина $A = 4 \text{ m}^2$, за први јануари. Колекторот е поставен под агол од $\beta = 45^\circ$ кон југ и на географска ширина 42° . Во Табела 1.4 се претставени податоци за просечното часовно зрачење врз хоризонтална површина и температурата на воздухот за соодветните часовни интервали. Производот на факторот на трансмисија и апсорпција ($\tau\alpha$) е 0,95. Коефициентот на топлинска загуба е $k = 5 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$. Водата што влегува во колекторот има температура $T_{vv} = 20^\circ\text{C}$. Факторот на пренос на топлина од колекторот врз флуидот е $F_r = 0,8$ (податок кој е познат од производителите на соларни колектори, а зависи од остварената врска помеѓу апсорберот и цевките низ кои струи работниот флуид, како и од употребениот материјал за цевките). Од вкупното зрачење, 45 % е дисперзирано зрачење, а факторот на рефлексија (албедо) изнесува $\alpha = 0,2$.

Табела 1.4: Просечно часовно зрачење врз хоризонтална површина и температура на воздухот

Интервал [h]	8 – 9	9 – 10	10 – 11	11 – 12	12 – 13	13 – 14	14 – 15	15 – 16
$I_{0,h,sr}^{hor} [\text{MJ}/\text{m}^2]$	0,2	0,61	0,9	1,1	1,2	0,97	0,65	0,38
$T_{voz} [^\circ\text{C}]$	6	6,5	7	7,5	8	8,5	8	7,5

Решение:

Познати параметри во задачата:

$$A = 4 \text{ m}^2$$

$$\beta = 45^\circ$$

$$\varphi = 42^\circ$$

$$\tau\alpha = 0,95$$

$$k = 5 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$$

$$T_{vv} = 20 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$F_r = 0,8$$

45 % е дисперзирано зрачење

$$\alpha = 0,2$$

$$Q = ? \text{ и } \eta = ?$$

Топлината што се добива од дефинираниот соларен колектор – СК се пресметува како разлика помеѓу доземното примено зрачење на колекторот и количеството топлина која е изгубена како последица на температурната разлика помеѓу колекторот и околината:

$$Q = A \cdot F_r \cdot [\tau \alpha \cdot IK^{pr} - k \cdot (T_{vv} - T_{voz})] \text{ MJ } (*)$$

Ефикасноста на СК се пресметува како однос помеѓу добиената топлина од СК и вкупната количина на топлина што стигнува до површината на СК од сончевото зрачење:

$$\eta = \frac{Q}{A \cdot IK^{pr}}$$

За да може да се пресмета количината на топлина од измерената примена доземна ирадијација врз колекторот за секој час за конкретниот ден, вредностите од Табела 1.4 се користат за да се пресмета примената доземна ирадијација врз коса плоча (т.е. СК). На овој начин се добиваат вредностите за количеството топлина добиено од дисперзираната компонента:

$$IK^{pr} = I^{pr} \cdot \frac{1 + \cos\beta}{2}$$

и рефлектираната компонента:

$$IK_{ref} = \alpha \cdot I^{pr} \cdot \frac{1 - \cos\beta}{2}$$

Доземната ирадијација врз коса површина заедно со директната ирадијација врз хоризонтална површина (дадена во табелата) и дисперзираната компонента, ја дава вкупната ирадијација врз коса површина, во случајов врз СК.

За периодот 8 – 9 h:

$$I_{disp}^{pr} = \frac{45}{100} \cdot 0,2 = 0,09 \Rightarrow IK_{disp}^{pr} = I_{disp}^{pr} \cdot \frac{1 + \cos\beta}{2} = 0,09 \cdot \frac{1 + \cos 45^{\circ}}{2} = 0,077 \text{ MJ/m}^2$$

$$IK_{ref} = \alpha \cdot I^{pr} \cdot \frac{1 - \cos\beta}{2} = 0,2 \cdot 0,2 \cdot \frac{1 - \cos 45^{\circ}}{2} = 0,00586 \text{ MJ/m}^2$$

$$IK^{pr} = I_{0,h,sr}^{hor} + IK_{disp}^{pr} + IK_{ref} = 0,2 + 0,077 + 0,00586 = 0,28286 \text{ MJ/m}^2$$

За периодот 9 – 10 h:

$$I_{disp}^{pr} = \frac{45}{100} \cdot 0,61 = 0,2745 \Rightarrow IK_{disp}^{pr} = I_{disp}^{pr} \cdot \frac{1 + \cos\beta}{2} = 0,2745 \cdot \frac{1 + \cos 45^{\circ}}{2} = 0,2343$$

$$IK_{ref} = \alpha \cdot I^{pr} \cdot \frac{1 - \cos\beta}{2} = 0,2 \cdot 0,61 \cdot \frac{1 - \cos 45^\circ}{2} = 0,01787 \text{ MJ/m}^2$$

$$IK^{pr} = I_{0,h,sr}^{hor} + IK_{disp}^{pr} + IK_{ref} = 0,61 + 0,2343 + 0,01787 = 0,86217 \text{ MJ/m}^2$$

Постапката се повторува за сите часовни периоди:

За периодот 10 – 11 h:	За периодот 11 – 12 h:
$I_{disp}^{pr} = \frac{45}{100} \cdot 0,9 = 0,405$ $IK_{disp}^{pr} = 0,405 \cdot \frac{1 + \cos 45^\circ}{2} = 0,3457$ $IK_{ref} = 0,2 \cdot 0,9 \cdot \frac{1 - \cos 45^\circ}{2} = 0,0264 \text{ MJ/m}^2$ $IK^{pr} = 0,9 + 0,3457 + 0,0264 = 1,272 \text{ MJ/m}^2$	$I_{disp}^{pr} = \frac{45}{100} \cdot 1,1 = 0,495$ $IK_{disp}^{pr} = 0,495 \cdot \frac{1 + \cos 45^\circ}{2} = 0,4225$ $IK_{ref} = 0,2 \cdot 1,1 \cdot \frac{1 - \cos 45^\circ}{2} = 0,0322 \text{ MJ/m}^2$ $IK^{pr} = 1,1 + 0,4225 + 0,0322 = 1,555 \text{ MJ/m}^2$

За периодот 12 – 13 h:	За периодот 13 – 14 h:
$I_{disp}^{pr} = \frac{45}{100} \cdot 1,2 = 0,54$ $IK_{disp}^{pr} = 0,54 \cdot \frac{1 + \cos 45^\circ}{2} = 0,461$ $IK_{ref} = 0,2 \cdot 1,2 \cdot \frac{1 - \cos 45^\circ}{2} = 0,0352 \text{ MJ/m}^2$ $IK^{pr} = 1,2 + 0,461 + 0,03515 = 1,696 \text{ MJ/m}^2$	$I_{disp}^{pr} = \frac{45}{100} \cdot 0,97 = 0,4365$ $IK_{disp}^{pr} = 0,4365 \cdot \frac{1 + \cos 45^\circ}{2} = 0,3726$ $IK_{ref} = 0,2 \cdot 0,97 \cdot \frac{1 - \cos 45^\circ}{2} = 0,028 \text{ MJ/m}^2$ $IK^{pr} = 0,97 + 0,3726 + 0,028 = 1,371 \text{ MJ/m}^2$

За периодот 14 – 15 h:	За периодот 15 – 16 h:
$I_{disp}^{pr} = \frac{45}{100} \cdot 0,65 = 0,2925$ $IK_{disp}^{pr} = 0,2925 \cdot \frac{1 + \cos 45^\circ}{2} = 0,2497$ $IK_{ref} = 0,2 \cdot 0,65 \cdot \frac{1 - \cos 45^\circ}{2} = 0,019 \text{ MJ/m}^2$ $IK^{pr} = 0,65 + 0,2497 + 0,019 = 0,919 \text{ MJ/m}^2$	$I_{disp}^{pr} = \frac{45}{100} \cdot 0,38 = 0,191$ $IK_{disp}^{pr} = 0,191 \cdot \frac{1 + \cos 45^\circ}{2} = 0,146$ $IK_{ref} = 0,2 \cdot 0,38 \cdot \frac{1 - \cos 45^\circ}{2} = 0,011 \text{ MJ/m}^2$ $IK^{pr} = 0,38 + 0,146 + 0,011 = 0,537 \text{ MJ/m}^2$

=> Може да се пресмета добиената топлина од SK – Q:

$$Q = A \cdot F_r \cdot [\tau \alpha \cdot IK^{pr} - k \cdot (T_{vv} - T_{voz})]$$

За периодот 8 – 9 h:

$$Q = 4 \cdot 0,8 \cdot \left[0,95 \cdot 0,28286 - 5 \cdot (293 - 279) \cdot \frac{3600}{10^6} \right] = 3,2 \cdot [0,269 - 0,252] = 0,0544 \text{ MJ}$$

каде што: $T_{vv} = 273 + 20 = 293 \text{ K}$ – температурата на влезната вода,

$T_{voz} = 273 + 6 = 279 \text{ K}$ – температурата на воздухот,

$3600 = 60 \text{ min} \cdot 60 \text{ s}$ – за периодот од еден час.

За периодот 9 – 10 h:

$$Q = 4 \cdot 0,8 \cdot \left[0,95 \cdot 0,86217 - 5 \cdot (293 - 279,5) \cdot \frac{3600}{10^6} \right] = 3,2 \cdot [0,819 - 0,243] = 1,843 \text{ MJ}$$

За периодот 10 – 11 h:

$$Q = 4 \cdot 0,8 \cdot \left[0,95 \cdot 1,27206 - 5 \cdot (293 - 280) \cdot \frac{3600}{10^6} \right] = 3,2 \cdot [1,208 - 0,234] = 3,12 \text{ MJ}$$

За периодот 11 – 12 h:

$$Q = 4 \cdot 0,8 \cdot \left[0,95 \cdot 1,55472 - 5 \cdot (293 - 280,5) \cdot \frac{3600}{10^6} \right] = 3,2 \cdot [1,477 - 0,225] = 4,006 \text{ MJ}$$

За периодот 12 – 13 h:

$$Q = 4 \cdot 0,8 \cdot \left[0,95 \cdot 1,69615 - 5 \cdot (293 - 281) \cdot \frac{3600}{10^6} \right] = 3,2 \cdot [1,611 - 0,216] = 4,464 \text{ MJ}$$

За периодот 13 – 14h:

$$Q = 4 \cdot 0,8 \cdot \left[0,95 \cdot 1,37101 - 5 \cdot (293 - 281,5) \cdot \frac{3600}{10^6} \right] = 3,2 \cdot [1,302 - 0,207] = 3,504 \text{ MJ}$$

За периодот 14 – 15h:

$$Q = 4 \cdot 0,8 \cdot \left[0,95 \cdot 0,91874 - 5 \cdot (293 - 281) \cdot \frac{3600}{10^6} \right] = 3,2 \cdot [0,873 - 0,216] = 2,102 \text{ MJ}$$

За периодот 15 – 16h:

$$Q = 4 \cdot 0,8 \cdot \left[0,95 \cdot 0,53713 - 5 \cdot (293 - 280,5) \cdot \frac{3600}{10^6} \right] = 3,2 \cdot [0,5103 - 0,225] = 0,913 \text{ MJ}$$

За ефикасноста на соларниот колектор се добива вредноста:

$$\eta = \frac{\sum Q}{A \cdot \sum IK^{pr}} = \frac{20.006}{4 \cdot 8,495} = 0,588 = 58,8 \text{ \%}.$$

1.4 Конверзија на енергијата на сончевото зрачење во електрична енергија

Задача 1.10: Да се определи бројот на хелиостати[†] со површина $A = 4 \text{ m}^2$ што треба да се постават на подрачје со средно дневно зрачење $I_{d,sr} = 3780 \text{ Wh/m}^2$ за да може сончевата електрична централа со централен приемник да произведе исто количество на електрична енергија како и термоелектрична централа со номинална моќност $P_T = 225 \text{ MW}$, која работи $T_T = 5000 \text{ h}$ годишно со номинална моќност. Коефициентот на полезно дејство на сончевата електрична централа е $\eta = 17 \%$. Се претпоставува дека сончевата централа оперативно работи во текот на целата година.

Решение:

Познати параметри во задачата:

$$A = 4 \text{ m}^2$$

$$I_{d,sr} = 3780 \text{ Wh/m}^2$$

$$E_{\text{ТЕЦ}} = E_{\text{СЕЦ}}$$

$$P_T = 225 \text{ MW}$$

$$T_T = 5000 \text{ h}$$

$$\eta = 17 \%$$

$$E_{\text{ТЕЦ}} = E_{\text{СЕЦ}}$$

$$E_{\text{ТЕЦ}} = P_T \cdot T_T = 225 \cdot 5000 = 1125 \text{ GWh}$$

$$E_{\text{СЕЦ}} = I_{d,sr} \cdot A \cdot n \cdot T \cdot \eta \Rightarrow$$

$$n = \frac{E_{\text{СЕЦ}}}{I_{d,sr} \cdot A \cdot T \cdot \eta} = \frac{1125 \cdot 10^9}{3780 \cdot 4 \cdot 365 \cdot 0,17} = 1199109,78 \approx 1199110 \text{ хелиостати}$$

$$\text{Или зафатнина на површина: } n \cdot A = 4796440 \text{ m}^2 = 4,79 \text{ km}^2$$

[†] Хелиостат (од грчките зборови *helios* - сонце и *stat* - стационарно) вообичаено е уред од повеќе рамни огледала, кое се врти така што продолжува да ја рефлектира сончевата светлина кон однапред одредена цел-концентратор (централен приемник), со што се загрева одреден медиум и преку парна турбина се генерира електрична енергија.



Слика 1.7: Приказ на дел од хелиостатите во соларна електрана со централен приемник (*eng. Concentrated Solar Power-CSP plant*) - Атакама 2 со инсталирана моќност 110 MW, [2, 3]

Задача 1.11: Во една сончева електрична централа (СЕЦ) фотоволтаичните панели кои се инсталирани имаат коефициент на полезно дејство 22 % и се поставени под оптимален агол на локација каде што специфичната енергија на сончевото зрачење годишно, врз хоризонтална површина, изнесува 1400 kWh/m^2 . Процентуалното зголемување на озрачувањето врз површина поставена под оптимален агол изнесува 19 %. Со цел годишно да може СЕЦ да произведе исто количество како и хидроелектрична централа (ХЕЦ), која има инсталирана моќност 350 MW и фактор на искористување 0,4, колкава треба да биде вкупната површина на фотоволтаичните панели? Колку изнесува инсталираната моќност и факторот на искористување на СЕЦ, под претпоставка дека средната густина на моќност на сончевото зрачење врз панелите изнесува 1 kW/m^2 ?

Решение:

Познати параметри во задачата:

$$\eta_{el} = 22 \%$$

$$I_{hor} = 1400 \text{ kWh/m}^2$$

$$k = 1,19$$

$$E_{ХЕЦ} = E_{СЕЦ}$$

$$P_{ХЕЦ} = 350 \text{ MW}$$

$$CF_{ХЕЦ} = 0,4$$

$$P_{СЕЦ} = ?, A = ? \text{ и } CF_{СЕЦ} = ?$$

$$\text{при } p = 1 \text{ kW/m}^2$$

Вкупната површина на фотоволтаичните панели во вака дефинираната СЕЦ може да се определи преку изразот за електрична енергија што ќе ја произведува:

$$E_{\text{CEC}} = I_{\text{opt}} \cdot A \cdot \eta_{\text{el}}$$

Имајќи предвид дека панелите се поставени под оптимален агол, а не на хоризонтална површина, за изразот на произведената електрична енергија може да се напише:

$$E_{\text{CEC}} = I_{\text{hor}} \cdot k \cdot A \cdot \eta_{\text{el}} \Rightarrow$$

$$A = \frac{E_{\text{CEC}}}{I_{\text{hor}} \cdot k \cdot \eta_{\text{el}}}, \text{ каде } E_{\text{CEC}} = ?$$

Во задачата е посочено дека важи:

$$E_{\text{CEC}} = E_{\text{ХЕЦ}}$$

Електричната енергија на годишно ниво што ќе ја произведе хидроцентралата со фактор на искористување $CF_{\text{ХЕЦ}} = 0,9$ може да се пресмета од изразот:

$$CF_{\text{ХЕЦ}} = \frac{E_{\text{ХЕЦ}}}{P_{\text{ХЕЦ}} \cdot T_{\text{god}}} \Rightarrow E_{\text{ХЕЦ}} = P_{\text{ХЕЦ}} \cdot T_{\text{god}} \cdot CF_{\text{ХЕЦ}} = 350 \cdot 8760 \cdot 0,9 = 1226400 \text{ MWh} \Rightarrow$$

$$A = \frac{E_{\text{CEC}}}{I_{\text{hor}} \cdot k \cdot \eta_{\text{el}}} = \frac{1226400000 \text{ [KWh]}}{1400 \text{ [kWh/m}^2] \cdot 1,19 \cdot 0,22} = 3346066 \text{ m}^2 = 3,346 \text{ km}^2$$

За да се пресмета инсталираната моќност на СЕЦ, треба да се земе предвид средната густина на моќност на сончевото зрачење врз панелите $p = 1 \text{ kW/m}^2$:

$$P_{\text{CEC}} = A \cdot \eta_{\text{el}} \cdot p = 3346066 \cdot 0,22 \cdot 1 = 736134,5 \text{ kW} = 736,1 \text{ MW}$$

Факторот на искористување на СЕЦ изнесува:

$$CF_{\text{CEC}} = \frac{E_{\text{CEC}}}{P_{\text{CEC}} \cdot T_{\text{god}}} = \frac{1226400000}{736134,5 \cdot 8760} = 0,19 = 19 \%$$

Задача 1.12: Основните трошоци за поставување соларни панели со номинална моќност 1 kWp изнесуваат 1000 € . Густината на соларната енергија во текот на една година на една локација на која би се поставиле соларните панели изнесува 1000 kWh/m^2 . Да се пресметаат трошоците за електрична енергија по kWh . Да се земе предвид дека рокот на траење на соларните панели е 20 години, а есконтната стапка е $r = 6 \%$.

Решение:

Познати параметри во задачата:

$$P_{\text{PV}} = 1 \text{ kWp}$$

$$I_{\text{god}} = 1000 \text{ kWh/m}^2$$

$$C_{\text{capital}} = 1000 \text{ €}$$

$$n = 20 \text{ години}$$

$$r = 6 \%$$

$$C_{\text{energy}} = ?$$

Бидејќи номиналната моќност на соларните панели е 1 kWp, количеството на електрична енергија E што ќе се произведе во период од една година нумерички ќе биде еднакво со густината на соларната енергија, т.е. $E = 1000 \text{ kWh}$.

Трошоците за основни средства $C_{capital}$ се претставени со релацијата:

$$C_{capital} = A_{cost} \frac{[1 - (1 + r)^{-n}]}{r} \Rightarrow$$

$$A_{cost} = \frac{r \cdot C_{capital}}{[1 - (1 + r)^{-n}]} = 87,18 \text{ €} - \text{годишна цена што ги враќа инвестициските трошоци}$$

$$C_{energy} = \frac{A_{cost}}{E} = \frac{87,18}{1000} = 0,087 \text{ €/kWh} - \text{трошоците за електрична енергија по kWh}$$

Задача 1.13: Извор на светлина со бранова должина $\lambda = 510 \text{ nm}$, со интензитет $I_0 = 500 \text{ W/m}^2$ паѓа врз една соларна ќелија и може да избива слободни електрони од електронската обвивка на п-слојот. Колкав е флуксот на фотони кои паѓаат врз соларната ќелија?

Решение:

Познати параметри во задачата:

$$\lambda = 510 \text{ nm}$$

$$I_0 = 500 \text{ W/m}^2$$

$$h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

$$c = 3000000000 \text{ m/s}$$

$$F = ?$$

Енергијата на еден фотон во енергетскиот појас на соларна ќелија е:

$$E_\gamma = hf = \frac{hc}{\lambda}, \text{ каде што производот на Планковата константа со брзината на светлината е:}$$

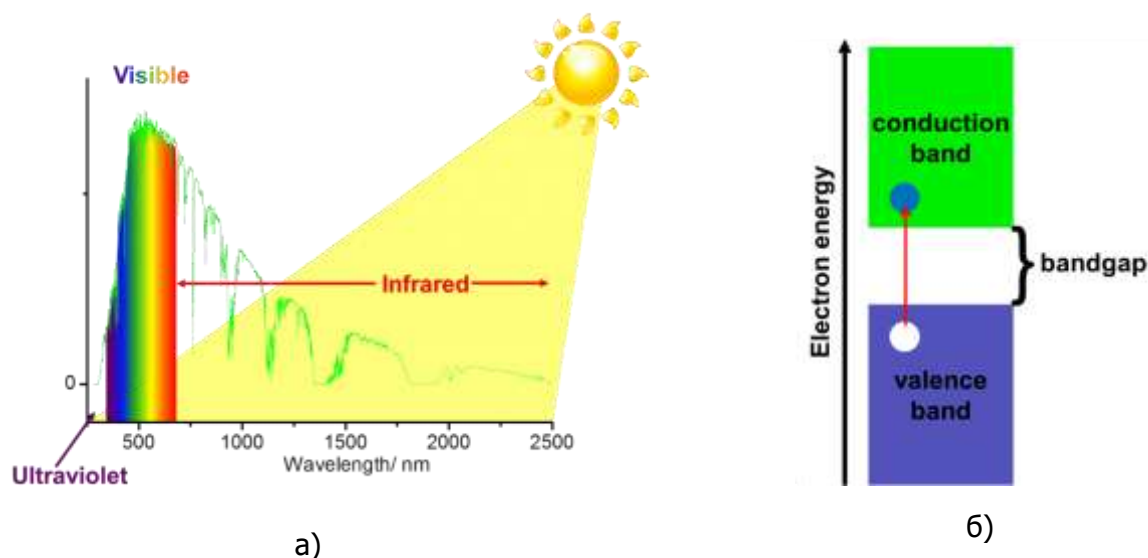
$$hc = 6,626 \cdot 10^{-34} [\text{Js}] \cdot 3000000000 [\text{m/s}] = 1,988 \cdot 10^{-25} \text{ Jm} \Rightarrow$$

$$hc = 1,988 \cdot 10^{-25} \cdot 6,24 \cdot 10^{18} \text{ eV} \cdot 10^{-9} = 1,25 \cdot 10^{-16} \text{ eV nm}$$

$$E_\gamma = \frac{1,25 \cdot 10^{-16}}{510} = 2,45 \cdot 10^{-19} \text{ eV} = 2,45 \cdot 10^{-19} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 3,92 \cdot 10^{-38} \text{ J} = 3,92 \cdot 10^{-38} \text{ Ws}$$

Флуксот F е бројот на фотони во секунда на метар квадратен, со тоа што интензитетот I_0 е претставен со флуксот помножен со енергија по фотон (E_γ):

$$I_0 = F \cdot E_\gamma \Rightarrow F = \frac{I_0}{E_\gamma} = \frac{500 \text{ W/m}^2}{3,92 \cdot 10^{-38} \text{ Ws}} = 1,27 \cdot 10^{39} \text{ фотон /m}^2\text{s}$$



Слика 1.8: а) Бранови должини на сончевата светлина, б) р-п спој со преодната област каде што преминуваат електроните, [3]

Задача 1.14: Директна сончева светлина со просечен интензитет $I_0 = 200 \text{ W/m}^2$, паѓа нормално на соларна ќелија. Површината на соларната ќелија е $0,1 \text{ m}^2$. Колку изнесува вкупната енергија во еден ден во kWh и во MJ? Како се менува вкупната енергија доколку сончевата светлина паѓа под агол од 30° врз површината на ќелијата?

Решение:

Познати параметри во задачата:

$$I_0 = 200 \text{ W/m}^2$$

$$A_c = 0,1 \text{ m}^2$$

$$E \text{ [kWh]} \text{ и } E \text{ [MJ]} = ?$$

$$\text{при } \beta = 30^\circ \Rightarrow E \text{ [kWh]} \text{ и } E \text{ [MJ]} = ?$$

Моќноста на сончевата светлина која паѓа нормално на соларната ќелија:

$$P = I_0 \cdot A_c = 200 \cdot 0,1 = 20 \text{ W} = 0,02 \text{ kW}$$

Енергијата која паѓа нормално на соларната ќелија во текот на еден ден:

$$E = P \cdot t = 0,02 \cdot 24 = 0,48 \text{ kWh, бидејќи } 1 \text{Ws} = 1 \text{J} \Rightarrow$$

$$E = 20 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 = 1,73 \text{ MJ}$$

Доколку сончевите зраци паѓаат под агол од 30° , тогаш енергијата ќе се намали бидејќи $\sin 30^\circ$ е предвидената закосеност на ќелијата нормална на сончевиот зрак:

$$E = 0,48 \cdot \frac{1}{2} = 0,24 \text{ kWh} = 0,856 \text{ MJ}$$

Задача 1.15: Да се пресмета енергијата во енергетскиот појас за силициум (Si) и галиум арсенид (GaAs) при температура $t = 40^\circ\text{C}$. Податоците за двата материјали за прагот на енергетско ниво кога е можно да се случи фотоелектричен ефект се прикажани во Табела 1.5.

Табела 1.5: Основни податоци за Si и GaAs

Материјал	$E_\gamma(0)[\text{eV}]$	$a[\text{eV/K}]$	$b[\text{K}]$
Силициум (Si)	1,16	$7 \cdot 10^{-4}$	1100
Галиум арсенид (GaAs)	1,52	$5,8 \cdot 10^{-4}$	300

Решение:

Познати параметри во задачата:

$E_\gamma(T)$ за Si и GaAs =? при $t = 40^\circ$

Енергијата на упадниот фотон е hf . За да се случи фотоелектричен ефект, потребно е енергијата на фотонот да биде поголема од енергијата во енергетскиот појас, т.е. $E_\gamma < hf$.

Варијацијата на енергијата во енергетскиот појас во зависност од температурата е претставена со релацијата:

$$E_\gamma(T) = E_\gamma(0) - \frac{a \cdot T^2}{T + b}$$

За силициум:

$$E_\gamma(T) = 1,16 - \frac{7 \cdot 10^{-4} \cdot 313^2}{313 + 1100} = 1,16 - 0,0485 = 1,11 \text{ eV}$$

За галиум арсенид:

$$E_\gamma(T) = 1,52 - \frac{5,8 \cdot 10^{-4} \cdot 313^2}{313 + 300} = 1,52 - 0,0926 = 1,43 \text{ eV}$$

Задача 1.16: Да се пресмета струјата на заситување за силициумова ФВ ќелија на температура $t = 40^\circ\text{C}$. Енергијата на фотоните е $E_\gamma = 1,11 \text{ eV}$, а факторот на неидеалност за силициум изнесува $F = 1$.

Решение:

Познати параметри во задачата:

$t = 40^\circ\text{C}$

$E_\gamma = 1,11 \text{ eV}$

$F = 1$

$I_s = ?$

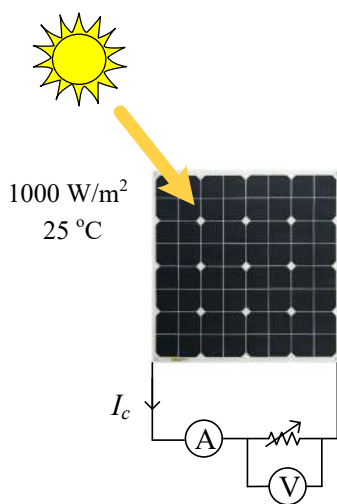
Зависноста на струјата на заситување од температурата е дадена со релацијата:

$$I_s = F \cdot T^3 \cdot \exp\left(-\frac{E_g}{kT}\right) [\text{A/m}^2]$$

каде што: $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ W/(m}^2\text{K)}$ – Болцманова константа

$$I_s = 1 \cdot (40 + 273)^3 \cdot \exp\left(-\frac{1,11 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot (40 + 273)}\right) = 4,034 \cdot 10^{-11} \text{ A/m}^2$$

Задача 1.17: Фотоволтаична (ФВ) ќелија има струја на заситување $I_0 = 2 \cdot 10^{-12} \text{ A}$, струја на куса врска $I_{sc} = 30 \text{ mA}$ и површина $A_c = 1 \text{ cm}^2$. Да се пресмета максималната излезна моќност, факторот на исполнување и ефикасноста на конверзија на енергијата на ФВ ќелијата. Колкав отпор е потребен по должина на ќелијата за да се обезбеди максимална излезна моќност? Амбиенталната температура за која треба да се направат пресметките изнесува 27° C .



Слика 1.9: ФВ ќелија поврзана со променлив отпорник, амперметар и волтметар



Слика 1.10: Струјно-напонска ($I-U$) карактеристика на типична ФВ ќелија при стандардни испитни услови

Решение:

Познати параметри во задачата:

$$I_0 = 2 \cdot 10^{-12} \text{ A}$$

$$I_{sc} = 30 \text{ mA}$$

$$A_c = 1 \text{ cm}^2$$

$$t = 27^\circ \text{ C}$$

$$P_{max} = ?, FF = ?, \eta = ?$$

$$I_c = I_{sc} - I_0 \cdot \exp\left[\left(\frac{U_c}{U_T}\right) - 1\right] - \text{струја на ФВ ќелија}$$

$$U_{oc} = U_T \ln\left(\frac{I_{sc}}{I_0}\right) - \text{напон на празен од}$$

При амбиентална просечна температура од 27 °C (≈ 300 K), за термичкиот напон се пресметува:

$$U_T \equiv \frac{kT}{q} = 0,026 \text{ V, каде што:}$$

$$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} - \text{Болцманова константа;}$$

$$q = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} - \text{Елементарен полнеж}$$

$$U_{oc} = 0,026 \cdot \ln\left(\frac{30 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-12}}\right) \approx 0,61 \text{ V}$$

Во задачата од интерес не е напонот во празен од, туку вредноста на напонот и струјата за кои се добива максимална излезна моќност од ФВ ќелија. Затоа се пресметуваат струјата и моќноста на ќелијата за одредени вредности на напонот на ќелијата сè до напонот во празен од. Вредностите се пресметани во Табела 1.6:

$$P_c = U_c \cdot I_c = I_c^2 \cdot R - \text{излезна моќност на ФВ ќелија}$$

Табела 1.6: Вредности за зададен опсег на напон на ФВ ќелија и адекватно пресметаните вредности за струјата и излезната моќност на ФВ ќелија

U_c [V]	0.61	0.6	0.59	0.58	0.57	0.56	0.55	0.54	0.53	0.52	0.51	0.5
I_c [A]	0.01862	0.02226	0.02473	0.02641	0.02756	0.02834	0.02887	0.0292	0.02948	0.02964	0.02976	0.02986
P_c [W]	0.01136	0.01335	0.0146	0.01532	0.01571	0.01587	0.01588	0.01578	0.01562	0.01541	0.01518	0.01492

Од табелата се отчитува максималната излезна моќност:

$$P_{max} = 15,8 \text{ mW, при } U_c = 0,55 \text{ V и } I_c = 28,87 \text{ mA}$$

Факторот на исполнување се пресметува според равенката:

$$FF = \frac{P_{max}}{U_{oc} \cdot I_{sc}} = \frac{0,0158}{0,61 \cdot 30 \cdot 10^{-3}} = 0,863 = 86,3 \%$$

(Факторот на исполнување е мерка за тоа колку блиску е I - U карактеристиката до правоаголна форма, т.е. до теоретската форма (Слика 1.10).

Ефикасноста на конверзијата на ФВ ќелија се дефинира како однос од односот на максималната излезна моќност и површината на ќелијата, со енергетска густина на сончевото зрачење од 1000 W/m^2 и спектрална дистрибуција на енергијата која зависи од упадниот агол (Air Mass) $AM = 1,5$ (податоци кои спаѓаат во стандардни испитни услови):

$$\eta = \frac{P_{max}}{A_c \cdot E_k} = \frac{15,8 \text{ mW}}{1 \text{ cm}^2 \cdot 100 \text{ mW/cm}^2} = 0,158 = 15,8 \%$$

Отпорот кој е потребен за да се добие максимална излезна моќност P_{max} е:

$$U_{max} = I_{max} \cdot R \Rightarrow R = \frac{0,55}{0,02887} = 19,05 \Omega.$$

Задача 1.18: При густина на сончево зрачење од 1 kW/m^2 , напонот на празен од на излез од една сончева ќелија со површина од 1 cm^2 изнесува $0,54 \text{ V}$, а пак струјата на куса врска 50 mA . Максималната излезна моќност од ќелијата се добива при оптоварување од 9Ω и напон $0,43 \text{ V}$. Колкава е ефикасноста на ќелијата и факторот на исполнување?

Решение:

Познати параметри во задачата:

$$E_k = 1 \text{ kW/m}^2$$

$$A_c = 1 \text{ cm}^2$$

$$U_{oc} = 0,54 \text{ V}$$

$$I_{sc} = 50 \text{ mA}$$

$$R = 9 \Omega$$

$$U_{MPPT} = 0,43 \text{ V}$$

$$FF = ?$$

$$\eta = ?$$

Како што беше пресметано и во претходниот пример, факторот на исполнување и коефициентот на полезно дејство на една ФВ ќелија се определуваат според изразите:

$$FF = \frac{P_{max}}{U_{oc} \cdot I_{sc}} \text{ и } \eta = \frac{\frac{P_{max}}{A_c}}{E_k} \Rightarrow P_{max} = ?$$

$$P_{max} = I_{max} \cdot U_{max} = \frac{U_{max}^2}{R_t} = \frac{0,43^2}{9} = 0,0205 \text{ W} \Rightarrow$$

$$FF = \frac{P_{max}}{U_{oc} \cdot I_{sc}} = \frac{0,0205}{0,54 \cdot 50 \cdot 10^{-3}} = 0,759$$

$$\eta = \frac{P_{max}}{E_k \cdot A_c} = \frac{0,0205}{1 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^{-4}} = 2,05 \Rightarrow 20,5 \%$$

За потсетување: $FF = \frac{\text{површина } A}{\text{површина } B}$

Задача 1.19: Еден ФВ модул е составен од 36 ќелии кои се поврзани сериски една со друга. При густина на сончево зрачење од 1000 W/m^2 и амбиентална температура $t = 25^\circ \text{C}$, струјата на куса врска на секоја ќелија изнесува $3,4 \text{ A}$, а струјата на заситување е $6 \cdot 10^{-10} \text{ A}$. Паралелниот и

серискиот отпор на секоја ќелија изнесува $6,6 \Omega$ и $0,005 \Omega$ - соодветно. Да се определи напонот, струјата и моќноста на модулот, ако напонот кај „диодата“ на секоја ќелија е $0,5 V$.

Решение:

Познати параметри во задачата:

$$n = 36 \text{ ќелии}$$

$$I_k = 1000 W/m^2$$

$$t = 25 ^\circ C$$

$$I_{sc} = 3,4 A$$

$$I_0 = 6 \cdot 10^{-10} A$$

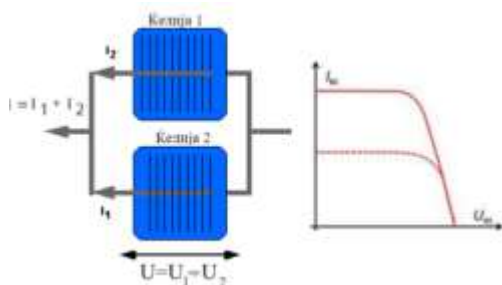
$$R_p = R_{sh} = 6,6 \Omega$$

$$R_s = 0,005 \Omega$$

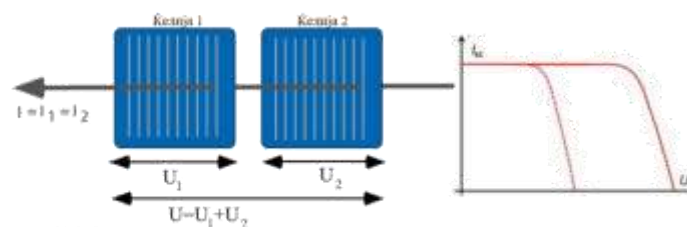
$$U_D = 0,5 V$$

$$U_{mod} = ?, I_{mod} = ? \text{ и } P_{mod} = ?$$

Како што е претставено на Слика 1.11 а), при паралелно поврзување на ќелиите, напонот од ќелијата е ист со вкупниот излезен напон од модулот. При сериско поврзување, пак, излезната струја од модулот е иста со излезната струја од секоја ќелија.



а) Паралелно поврзување



б) Сериско поврзување

Слика 1.11 Приказ на можни поврзувања на соседни ќелии во склоп на еден ФВ модул

Во ваква конфигурација првично наједноставно е да се определи излезната струја од модулот, која по дефиниција се определува според изразот:

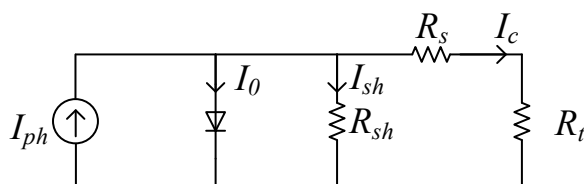
$$I_{mod} = I_c = I_{sc} - I_0 \cdot \exp \left[\left(\frac{U_d}{U_T} \right) - 1 \right] = I_{sc} - I_0 \cdot \exp \left[\left(\frac{q}{kT} U_d \right) - 1 \right]$$

$$= 3,4 - 6 \cdot 10^{-10} \exp \left[\frac{1,6 \cdot 10^{-19}}{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 298} \cdot 0,5 - 1 \right] = 3,33 A$$

Излезниот напон од модулот ќе биде:

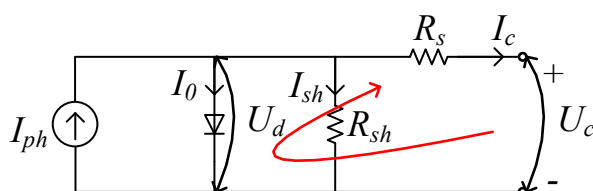
$$U_{mod} = n \cdot U_c, \text{ при што непознат е излезниот напон од секоја ќелија } U_c = ?$$

За подобро да се сфати начинот на работа на соларна ќелија, на Слика 1.12 е прикажано еквивалентно електрично коло:



Слика 1.12 Еквивалентно електрично коло на ФВ ќелија и оптоварување R_t

Бидејќи во задачата не се предмет на анализа потрошувачи на ЕЕ (оптоварувања - R_t), еквивалентното коло го добива обликот прикажан на Слика 1.13, каде што се означени и дел од параметрите кои се зададени во задачата, а треба да се определат: U_{mod} , I_{mod} и P_{mod} .



Слика 1.13 Поедноставено електрично коло со контура за Кирхофов закон за напони

Од Кирхофов закон за напони (Слика 1.13) важи:

$$U_c = U_d - I_c R_s = 0,5 - 3,33 \cdot 0,005 = 0,48 \text{ V} \Rightarrow$$

$$U_{mod} = 36 \cdot 0,48 = 17,3 \text{ V}$$

За инсталираната моќност на модулот се пресметува:

$$P_{mod} = U_{mod} \cdot I_{mod} = 57,6 \approx 58 \text{ W}$$

Забелешка: ФВ модули се изработуваат од конфигурации со 36, 48, 60 или 72 ќелии.

Задача 1.20: Еден ФВ модул е составен од 36 сериски поврзани ќелии и има идеална - правоаголна струјно-напонска карактеристика, при напон од 20 V и струја од 4 A. Паралелниот отпор на секоја ќелија изнесува 5 Ω , а серискиот отпор е занемарливо мал. Да се скицира $I-U$ карактеристиката во случај кога една ќелија е комплетно засенета.

Решение:

Познати параметри во задачата:

$$n = 36 \text{ ќелии}$$

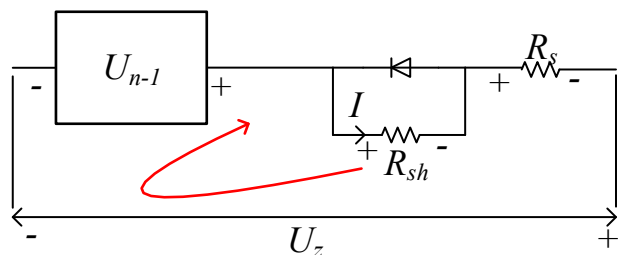
$$U = 20 \text{ V}$$

$$I = 4 \text{ A}$$

$$R_p = 5 \Omega \text{ и } R_s \approx 0 \Omega$$

Графикон за I - U ка при една целосно засенета ќелија

Случајот на сериски поврзани ќелии од кои една е засенета и не произведува ЕЕ е прикажан со едноставно електрично коло на Слика 1.14, каде што со U_z е претставен сумарниот излезен напон од ФВ модул, во засенета состојба, а со U_{n-1} излезниот напон од осветлените $n - 1$ ќелии. Од Кирхофовиот закон за напони се добива следната релација:



Слика 1.14 Поедноставено еквивалентно електрично коло за ФВ модул со една засенета ќелија

$$-U_z + U_{n-1} - I(R_{sh} + R_s) = 0 \Leftrightarrow$$

$$U_z = U_{n-1} - I(R_{sh} + R_s), \text{ при што}$$

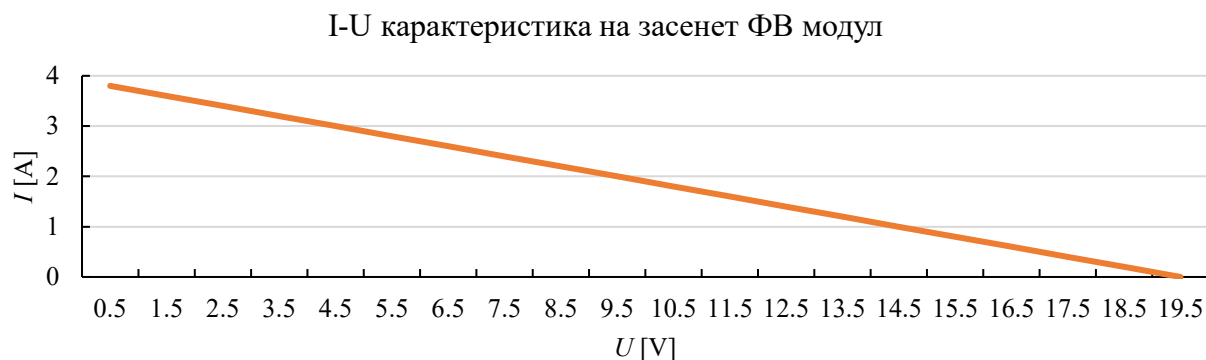
$$U_{n-1} = \frac{n-1}{n} U, \text{ каде што } U \text{ е излезниот напон од ФВ модул во незасенета состојба } \Rightarrow$$

$$U_z = \frac{n-1}{n} U - IR_{sh}$$

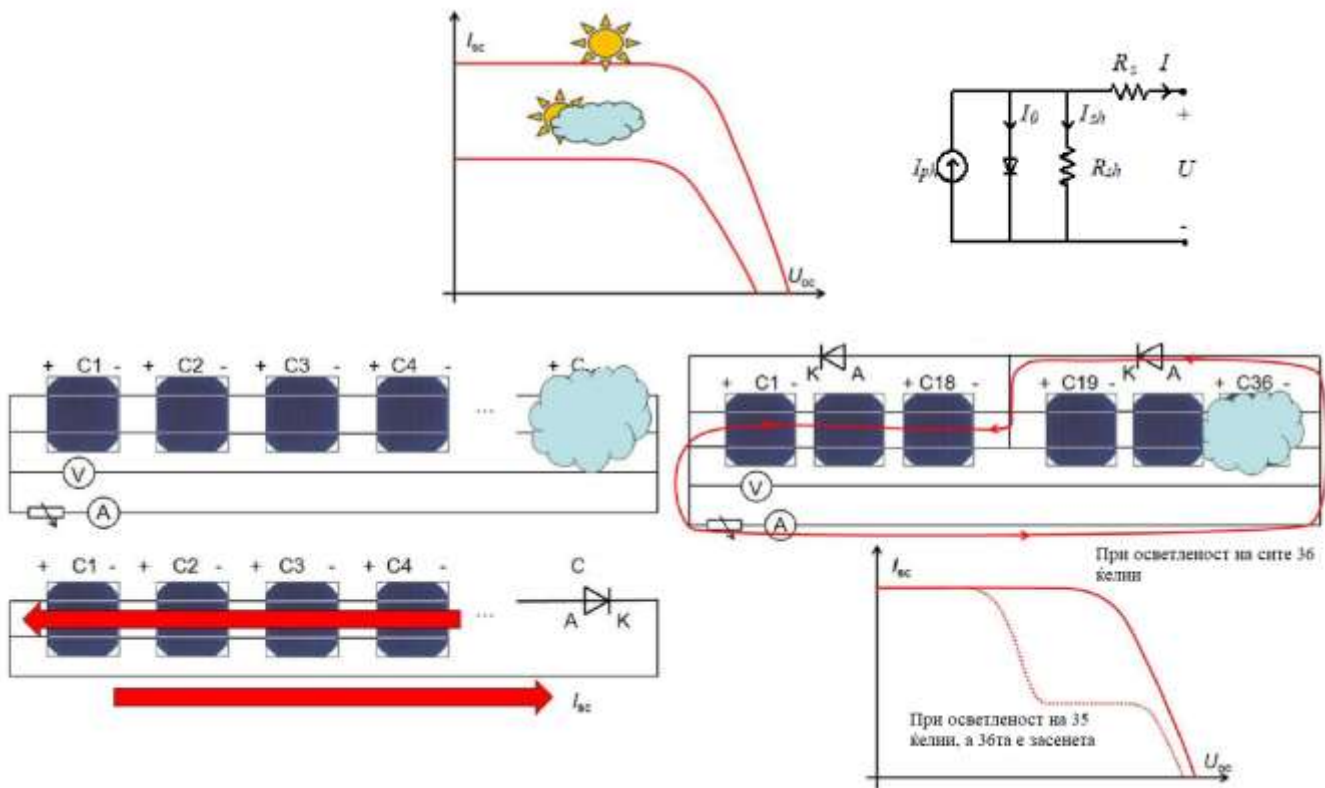
Засенувањето на ФВ модул причинува пад на напон:

$$\Delta U = U - U_z = U - \frac{n-1}{n} U + IR_{sh} = \frac{1}{n} U + IR_{sh} = \frac{5}{9} + 5I$$

Падот на напон ќе се манифестира во струјно-напонската карактеристика при секоја вредност на излезната струја од ФВ модул:



Слика 1.15 I - U карактеристика кај засенет ФВ модул



Слика 1.16 Графичко појаснување на состојбата на засенување на модул со поставување бајпас диоди

Задача 1.21: Да се претпостави дека оловна акумулаторска батерија има напон на празен од 11,7 V и внатрешна отпорност од 0,03 Ω . Да се пресмета:

- На кое напонско ниво работи ФВ модул ако ја полни батеријата со струја од 6 A?
- Ако батеријата се празни на напон од 12,7 V и струја од 20 A, колкав е напонот на ФВ модул?

Решение:

Познати параметри во задачата:

$$U_{aku} = 11,7 \text{ V}$$

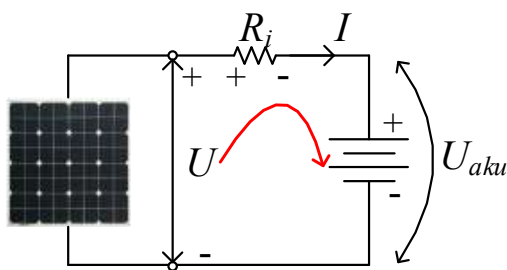
$$R_i = 0,03 \Omega$$

$$\text{a) } U = ? \text{ при } I = 6 \text{ A}$$

$$\text{б) } U = ? \text{ при } U_{aku} = 12,7 \text{ V и } I = 20 \text{ A}$$

Со цел да се пресмета излезното напонско ниво од ФВ модул во случај кога батеријата е потрошувач, т.е. се полни, се решава електричното коло на Слика 1.17:

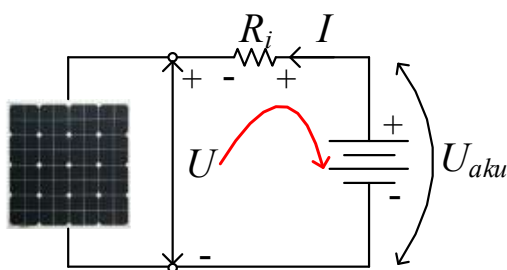
а)



Слика 1.17 Електрично коло за задача 1.20 а)

$$U = I \cdot R_i + U_{aku} = 6 \cdot 0,03 + 11,7 = 11,88 \text{ V}$$

б) За да се пресмета напонското ниво во спротивен случај, се анализира електричното коло на Слика 1.18:



Слика 1.18 Електрично коло за задача 1.20 б)

$$-U - I \cdot R_i + U_{aku} = 0 \Leftrightarrow$$

$$U = U_{aku} - I \cdot R_i = 12,7 - 20 \cdot 0,03 = 12,1 \text{ V}$$

Задача 1.22: Да се определи потребната површина на ФВ модули со цел задоволување на потребите од електрична енергија на една викендичка во близина на Скопје. Да се земе предвид дека просечната дневна потрошувачка на електрична енергија во викендичката изнесува 9 kWh. Вкупната дневна просечна дозрачна енергија на сончевите панели изнесува $13,4 \text{ MJ/m}^2$. Вкупната ефикасност на ФВ систем изнесува 10 %, додека вкупните загуби на електрична енергија во системот изнесуваат 15 %.

Решение:

Познати параметри во задачата:

$$E'_{VK} = 9 \text{ kWh}$$

$$I_{opt} = 13,4 \text{ MJ/m}^2$$

$$\eta = 10 \%$$

$$k = 15 \%$$

$$A = ?$$

Електричната енергија што треба да ја произведат модулите за да се задоволат вкупните потреби во викендичката се пресметува според изразот:

$$E_{VK} = I_{opt} \cdot A \cdot \eta \Rightarrow$$

Оттука потребната површина на ФВ модули ќе се пресмета на едноставен начин:

$$A = \frac{E_{VK}}{I_{opt} \cdot \eta}, \text{ каде } E_{VK} = ?$$

Вкупните потреби од електрична енергија во викендичката на дневно ниво изнесуваат 9 kWh, но оваа вредност треба да се коригира и да се земат предвид и вкупните загуби на системот:

$$E_{VK} = 9 \cdot (1 + 0,15) = 10,35 \frac{\text{kWh}}{\text{дневно}} = 10,35 \frac{3600}{1000} \frac{\text{MWs}}{\text{дневно}} = 37,26 \frac{\text{MJ}}{\text{дневно}} \Rightarrow$$

$$A = \frac{E_{VK}}{I_{opt} \cdot \eta} = \frac{37,26}{13,4 \cdot 0,1} = 27,806 \text{ m}^2$$

2. Биоенергија и биомаса

Биомасата и биогазот нудат единствени можности за производство на обновлива енергија преку искористување органски материјали. Ова поглавје ги опфаќа процесите на претворање на биомасата во биоенергија, вклучувајќи ферментација, анаеробно варење и согорување. Студентите ќе можат да научат за различните видови биомаса, нивните енергетски потенцијали и технологиите што се користат за нивно претворање во електрична енергија. Вежбите имаат цел да дадат практични сознанија за ефикасноста и одржливоста на енергетските системи на биомаса и биогаз, подготвувајќи ги студентите да се справат со предизвиците на производството и искористувањето на биоенергијата.

Задача 2.1: Колкава количина дрво е потребна за да се загрее еден литар вода од температура $t = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$ до точка на вриење?

Решение:

Познати параметри во задачата:

специфичен топлински капацитет на вода

$$c_{\text{water}} = 4200 \text{ J/kgK}$$

$$m_{\text{water}} = 1 \text{ L} = 1 \text{ kg}$$

енергетска содржина на дрво

$$E_{s,\text{wood}} = 15 \text{ MJ/kg}$$

$$\text{густина на дрво } \rho_{\text{wood}} = 600 \text{ kg/m}^3$$

Потребно количество топлинска енергија за да се загрее еден литар вода од $t = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$ до точка на вриење - $t_1 = 100\text{ }^{\circ}\text{C}$:

$$Q_{\text{water}} = c_{\text{water}} \cdot \Delta t \cdot m_{\text{water}} = c_{\text{water}} \cdot (t_1 - t) = 4200 \cdot 80 = 336 \text{ kJ}$$

Ослободената топлинска енергија од согорување на 1 m^3 дрво:

$$Q_{s,\text{wood}} = E_{s,\text{wood}} \cdot \rho_{\text{wood}} \cdot m_{\text{wood}} = 15 \cdot 600 = 9000 \text{ MJ/m}^3$$

Потребната количина дрво за да се загрее водата:

$$V_{\text{wood}} = \frac{336 \cdot 10^3}{9000 \cdot 10^6} = 0,0373 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 37,3 \text{ cm}^3$$

Задача 2.2: Да се пресмета производството на биомаса (јаглехидрати/гликоза) на површина од 1 m^2 во текот на еден ден, преку процесот на фотосинтеза. Да се претпостави дека при процесот се продуцира гликоза ($\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$) со специфична енергетска вредност $E_{s,\text{glucose}} = 674 \text{ Kcal/mol}$. Сончевата ирадијација на земјата е 500 cal/cm^2 ден. Ефикасноста на целокупниот процес на фотосинтеза да се земе дека е 7 %.

Решение:

Познати параметри во задачата:

Процес на фотосинтеза

$$A = 1 \text{ m}^2$$

$$E_{s,glucose} = 674 \text{ Kcal/mol}$$

$$I = 500 \text{ cal/cm}^2 \text{ ден.}$$

$$\eta = 7 \%$$

$$m_{glucose}^{net} = ?$$

Соодносот на различните мерни единици за енергетска вредност:

$$1 \text{ J/mol} = 0,239 \text{ cal/mol} \Leftrightarrow 1 \text{ cal/mol} = 4,186 \text{ J/mol}$$

Количеството енергија складирано во еден грам гликоза – $E_{glucose}$:

$$E_{glucose} = E_{s,glucose} \cdot \frac{1}{M_{glucose}},$$

$$\text{каде што: } M_{glucose} = 6M_C + 12M_H + 6M_O = 12,011 \cdot 6 + 1,008 \cdot 12 + 16 \cdot 6 = 180,162 \text{ g/mol}$$

е молекуларната маса на гликозата =>

$$E_{glucose} = 674 [\text{Kcal/mol}] \cdot \frac{1}{180,162 [\text{g/mol}]} \cdot 10^3 = 3741,08 \text{ cal/g}$$

Производството на нето-биомаса при процесот е производ од сончевата радијација и ефикасноста на процесот:

$$m_{glucose}^{net} = I \cdot \frac{1}{E_{glucose}} \cdot \eta = 500 [\text{cal/cm}^2 \text{ ден.}] 10^4 \frac{1}{3741,08 [\text{cal/g}]} 0,07 = 93,55 \text{ g/m}^2 \text{ ден.}$$

Задача 2.3: Колку етанол може да се произведе од 1 t сахароза при процес на ферментација на сахарозата со вода?

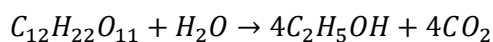
(Хемиска равенка за процесот: $C_{12}H_{22}O_{11} + H_2O \rightarrow 4C_2H_5OH + 4CO_2$)

Решение:

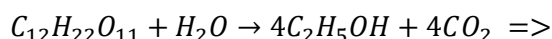
Познати параметри во задачата:

$$m_{\text{сахароза}} = 1 \text{ t}$$

процес на ферментација на сахароза со вода



$$m_{\text{етанол}} = ?$$



Молекуларните маси на елементите од кои се составени соединенијата од хемиската реакција (јаглерод, водород и кислород, соодветно):

$$M_C = 12,011 \text{ g/mol}, M_H = 1,008 \text{ g/mol}, M_O = 15,999 \approx 16 \text{ g/mol}$$

Молекуларните маси на соединенијата:

- сахароза: $M_{\text{сахароза}} = 12M_C + 22M_H + 11M_O = 342,308 \text{ g/mol}$
- вода: $M_{\text{вода}} = 2M_H + M_O = 18,016 \text{ g/mol}$
- етанол: $M_{\text{етанол}} = 2M_C + 5M_H + M_O = 46,07 \text{ g/mol}$
- јаглороден диоксид: $M_{\text{јаг.диок.}} = M_C + 2M_O = 44,01 \text{ g/mol}$

Количеството вода за да ферментира еден тон сахароза и количеството на добиените продукти од реакцијата изнесуваат:

- вода: $m_{\text{вода}} = \frac{M_{\text{вода}}}{M_{\text{сахароза}}} \cdot m_{\text{сахароза}} = 52,63 \text{ kg}$
- етанол: $m_{\text{етанол}} = \frac{4 \cdot M_{\text{етанол}}}{M_{\text{сахароза}}} \cdot m_{\text{сахароза}} = 538,34 \text{ kg}$
- јаглороден диоксид: $m_{\text{јаг.диок.}} = \frac{4 \cdot M_{\text{јаг.диок.}}}{M_{\text{сахароза}}} \cdot m_{\text{сахароза}} = 514,27 \text{ kg}$

Со проверка на масите се потврдува пресметката:

$$m_{\text{сахароза}} + m_{\text{вода}} = m_{\text{етанол}} + m_{\text{јаг.диок.}} \Leftrightarrow 1000 \text{ kg} + 52,6 \text{ kg} = 538,34 \text{ kg} + 514,27 \text{ kg}$$

Задача 2.4: Колку етанол може да се произведе од 1 t гликоза при процес на ферментација?

(Хемиска равенка за процесот: $C_6H_{12}O_6 + \text{Zumase} \rightarrow 2C_2H_5OH + 2CO_2$)

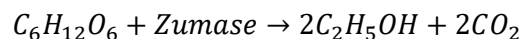
* Zumase е комплексен ензим кој го катализира процесот на ферментација на гликозата во етанол и јаглороден диоксид.

Решение:

Познати параметри во задачата:

$$m_{\text{гликоза}} = 1 \text{ t}$$

процес на ферментација



$$m_{\text{етанол}} = ?$$

Од хемиската равенка за процесот може да се изрази следната пропорција за масата на соединенијата и нивната молекуларна маса:

$$\frac{m_{\text{гликоза}}}{M_{\text{гликоза}}} = \frac{m_{\text{етанол}}}{2M_{\text{етанол}}}$$

Од погорните примери познати се молекуларните маси на соединенијата:

- гликоза: $M_{\text{гликоза}} = 6M_C + 12M_H + 6M_O = 180 \text{ g/mol}$

- етанол: $M_{\text{етанол}} = 2M_C + 5M_H + M_O = 46,07 \text{ g/mol}$

Од пропорцијата се добива дека масата на произведен етанол од ваквата хемиска реакција изнесува:

$$m_{\text{етанол}} = \frac{2 \cdot 46,07}{180} \cdot 1 = 0,51 \text{ t}$$

За да се направи проверка на пресметката со масените удели на соединенијата во процесот, се поаѓа од едноставното правило дека тие треба да се еднакви пред и по реакцијата:

$$m_{\text{гликоза}} = 2m_{\text{етанол}} + 2m_{\text{јаг.диокл}}$$

Значи, треба да се определи и масата на добиениот јаглероден диоксид, за што се спроведува истата постапка како и за гликозата:

$$\frac{m_{\text{гликоза}}}{M_{\text{гликоза}}} = \frac{m_{\text{јаг.диокл}}}{2M_{\text{јаг.диокл}}} \Rightarrow m_{\text{јаг.диокл}} = \frac{2(M_C + 2M_O)}{180} = 0,49 \text{ t} \Rightarrow$$

$$m_{\text{гликоза}} = 2m_{\text{етанол}} + 2m_{\text{јаг.диокл}} \Leftrightarrow 1 \text{ t} = 0,51 \text{ t} + 0,49 \text{ t}.$$

Задача 2.5: Колку етанол (биогориво) може да се произведе од 1 t гликоза при процес на ферментација? Првата реакција е формирање на дисахарид од гликозата со процес на кондензација, а втората реакција е ферментација на сахароза и вода до етанол и јаглероден диоксид).

(Хемиска равенка за процес 1: $C_6H_{12}O_6 + C_6H_{12}O_6 \rightarrow C_{12}H_{22}O_{11} + H_2O$)

Хемиска равенка за процес 2: $C_{12}H_{22}O_{11} + H_2O \rightarrow 4C_2H_5OH + 4CO_2$)

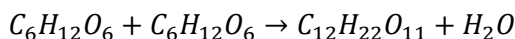
На крајот да се направи проверка на пресметките со масените удели.

Решение:

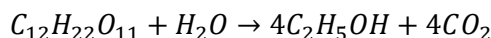
Познати параметри во задачата:

$$m_{\text{гликоза}} = 1 \text{ t}$$

I: формирање на дисахарид од гликозата со процес на кондензација

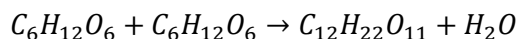


II: ферментација на сахароза и вода до етанол и јаглероден диоксид



$$m_{\text{етанол}} = ?$$

За да се определи количеството на етанол (C_2H_5OH) што ќе се добие од сахарозата ($C_{12}H_{22}O_{11}$) во втората реакција, првично треба да се определи нејзиното количество добиено од првата реакција од гликозата ($C_6H_{12}O_6$):



Од хемиската равенка за процесот може да се изрази следната пропорција за масата на гликозата и сахарозата, како и нивните молекуларни маси:

$$\frac{m_{\text{гликоза}}}{2M_{\text{гликоза}}} = \frac{m_{\text{сахароза}}}{M_{\text{сахароза}}}$$

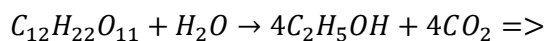
Нивните молекуларни маси изнесуваат:

- гликоза: $M_{\text{гликоза}} = 6M_C + 12M_H + 6M_O = 180 \text{ g/mol}$
- сахароза: $M_{\text{сахароза}} = 12M_C + 22M_H + 11M_O = 342 \text{ g/mol}$

Од пропорцијата се добива дека масата на добиена сахароза од ваквата хемиска реакција изнесува:

$$m_{\text{сахароза}} = \frac{M_{\text{сахароза}}}{2M_{\text{гликоза}}} \cdot m_{\text{гликоза}} = 0,95 \text{ t.}$$

Сега може да се пресмета масата на добиениот етанол од втората реакција:

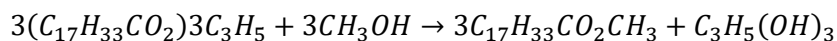


$$m_{\text{етанол}} = \frac{4M_{\text{етанол}}}{M_{\text{сахароза}}} \cdot m_{\text{сахароза}}, \text{ каде:}$$

$$M_{\text{етанол}} = 2M_C + 5M_H + M_O + M_H \approx 46 \text{ g/mol} \Rightarrow$$

$$m_{\text{етанол}} = \frac{4 \cdot 46}{342} \cdot 0,95 = 0,51 \text{ t.}$$

Задача 2.6: Да се определи колку биодизел се добива со трансестерификација[†] на 100 kg маслиново масло со метанол. Хемиската равенка на процесот е:



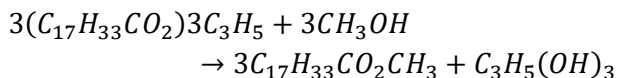
триглицериди(растително масло) + метанол → метил естер(биодизел) + глицерин

Решение:

Познати параметри во задачата:

$$m_{\text{м.мас.}} = 100 \text{ kg}$$

процес на трансестерификација



$$m_{\text{биодизел}} = ?$$

[†] Метил естерите на масни киселини се вид масни естер киселини кои се добиени со трансестерификација на масните со метанол. Молекулите во биодизелот се првенствено масни естери, обично добиени од растителни масла со трансестерификација.

На почеток, најдобро е да се определат молекуларните маси на соединенијата:

- За да се определи молекуларната маса на маслиновото масло - $M_{\text{м.мас.}}$, прво се определува молекуларната маса на неговата масна кисела компонента - $M_{\text{м.кис.мас.}}$:

$$M_{\text{м.кис.мас.}} = 17M_C + 33M_H + M_C + 2M_O = 281 \text{ g/mol} \Rightarrow$$

$$M_{\text{м.мас.}} = M_{\text{м.кис.мас.}} + 3M_C + 5M_H = 322 \text{ g/mol}$$

- $M_{\text{метанол}} = M_C + 3M_H + M_O + M_H = 32 \text{ g/mol}$
- $M_{\text{биодизел}} = M_{\text{м.кис.мас.}} + M_C + 3M_H = 296 \text{ g/mol}$
- $M_{\text{глицерин}} = 3M_C + 5M_H + 3(M_O + M_H) = 92 \text{ g/mol}$

Од хемиската равенка за процесот на трансестерификација може да се дефинира пропорцијата со молекуларните маси и да се пресмета масата на добиениот биодизел:

$$\frac{m_{\text{биодизел}}}{3M_{\text{биодизел}}} = \frac{m_{\text{м.мас.}}}{3M_{\text{м.мас.}}} \Rightarrow m_{\text{биодизел}} = \frac{M_{\text{биодизел}}}{M_{\text{м.мас.}}} \cdot m_{\text{м.мас.}} = \frac{296}{404} \cdot 100 = 73,3 \text{ kg}$$

Задача 2.7: Да се пресметаат волуменот на биогасен дигестор и излезната моќност, ако тој е адекватен за инпут од 6000 прасиња, периодот на ретенција $t_r = 20$ дена, ефикасноста на процесот на согорување е 0,6, количина на сува материја од единка дневно е $m_0^n = 0,3 \text{ kg/ден}$, густина на сувата материја $\rho_m = 50 \text{ kg/m}^3$, количина на биогас за единица вкупна сува материја $c = 0,24 \text{ m}^3/\text{ден}$ и содржина на метан во ослободениот флуид 70 %. За ослободената топлина при согорување на метан да се земе $H_m = 56 \text{ MJ/kg} = 28 \text{ MJ/m}^3$.

Решение:

Познати параметри во задачата:

$$n = 6000 \text{ прасиња}$$

$$t_r = 20 \text{ дена}$$

$$\eta = 0,6$$

$$m_0^n = 0,3 \text{ kg/ден}$$

$$\rho_m = 50 \text{ kg/m}^3$$

$$c = 0,24 \text{ m}^3/\text{ден}$$

$$f_m = 70 \%$$

$$H_m = 56 \text{ MJ/kg} = 28 \text{ MJ/m}^3$$

$$V_b = ?$$

$$P = ?$$

Вкупната маса на сува материја дневно на влез во фармата: $m_0 = m_0^n \cdot n = 1800 \text{ kg/ден}$

Дневен волумен на ослободен флуид: $V_f = \frac{m_0}{\rho_m}$, каде што ρ_m е густина на сува материја во флуидот.

Се зема $\rho_m = 50 \text{ kg/m}^3 \Rightarrow V_f = 36 \text{ m}^3/\text{ден}$

Волумен на дигесторот: $V_d = V_f \cdot t_r = 720 \text{ m}^3$

Волумен на ослободен биогаз: $V_b = c \cdot m_0 = 432 \text{ m}^3/\text{ден}$

Излезна моќност од дигесторот: $P = \eta \cdot H_m \cdot f_m \cdot V_b = 0,6 \cdot 28 \cdot 0,7 \cdot 432 = 5080,32 \text{ MJ/ден} \Rightarrow$

$P = 58,8 \text{ kW}$.

Задача 2.8: За еден биогасен дигестор да се пресметаат следните параметри:

- волуменот на биогасен дигестор и
- излезната моќност.

Познато е: $n = 8$ крави, периодот на ретенција $t_r = 20$ дена, потребна температура за ферментација $T = 30^\circ\text{C}$, количина на сува материја од единка дневно е $m_0^n = 2 \text{ kg/ден}$, ефикасноста на процесот на согорување е $0,7$, густина на сувата материја $\rho_m = 50 \text{ kg/m}^3$, количина на биогаз за единица вкупна сува материја $c = 0,3 \text{ m}^3/\text{ден}$ и содржина на метан во ослободениот флуид 70% . За ослободената топлина при согорување на метан да се земе $H_m = 56 \text{ MJ/kg} = 28 \text{ MJ/m}^3$.

Решение:

Познати параметри во задачата:

$$n = 8 \text{ крави}$$

$$t_r = 20 \text{ дена}$$

$$T = 30^\circ\text{C}$$

$$m_0^n = 2 \text{ kg/ден}$$

$$\eta = 0,7$$

$$\rho_m = 50 \text{ kg/m}^3$$

$$c = 0,3 \text{ m}^3/\text{ден}$$

$$f_m = 70\%$$

$$H_m = 56 \text{ MJ/kg} = 28 \text{ MJ/m}^3$$

$$V_b = ?$$

$$P = ?$$

Вкупната маса на сува материја дневно на влез во фармата: $m_0 = m_0^n \cdot n = 16 \text{ kg/ден}$.

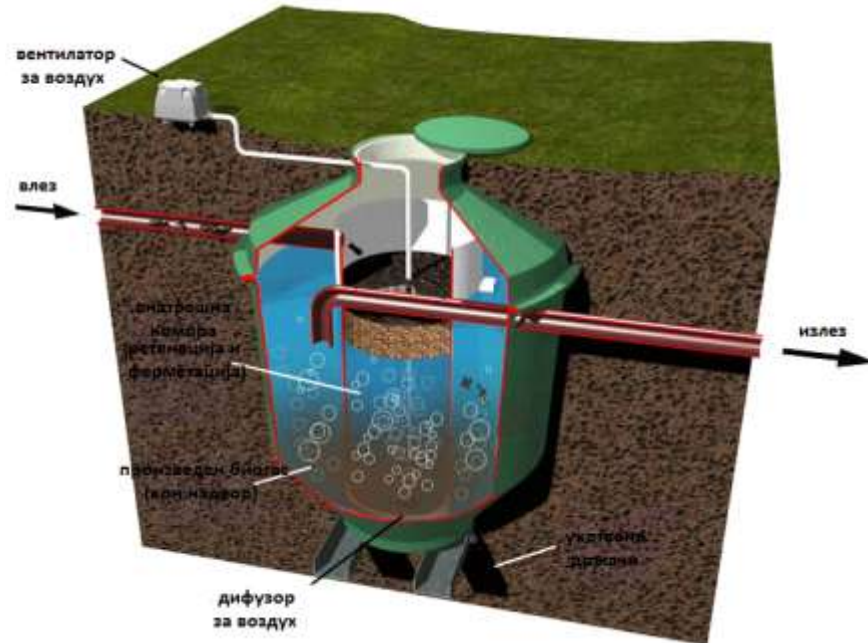
Дневен волумен на ослободен флуид: $V_f = \frac{m_0}{\rho_m}$, каде што ρ_m е густина на сува материја во флуидот.

Се зема $\rho_m = 50 \text{ kg/m}^3 \Rightarrow V_f = 0,32 \text{ m}^3/\text{ден}$

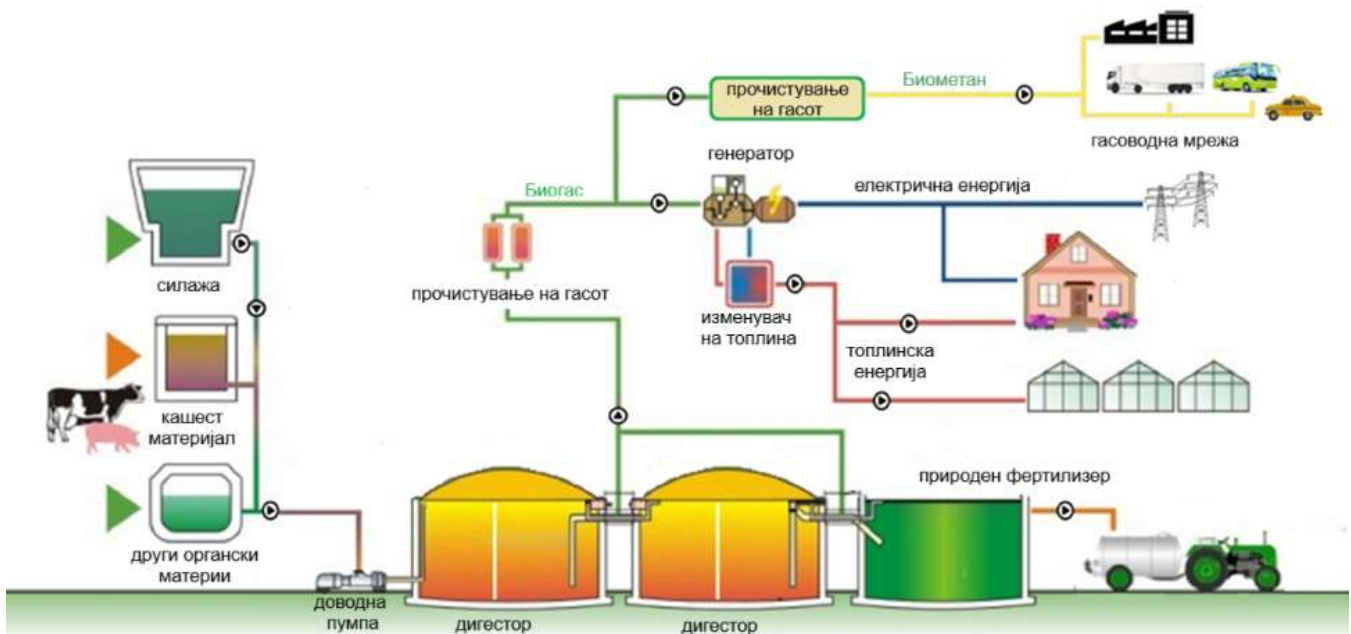
Волумен на дигесторот: $V_d = V_f \cdot t_r = 6,4 \text{ m}^3$

Волумен на ослободен биогаз: $V_b = c \cdot m_0 = 4,8 \text{ m}^3/\text{ден}$

Излезна моќност од дигесторот: $P = \eta \cdot H_m \cdot f_m \cdot V_b = 0,7 \cdot 28 \cdot 0,7 \cdot 4,8 = 65,86 \text{ MJ}/\text{ден},$
 $P = 0,76 \text{ kW}.$



Слика 2.1: Биогазен дигестор



Слика 2.2 Приказ на целиот процес на производство на електрична енергија во биогазна електрична централа, [5]

3. Искористување на хидроенергијата

Хидроенергијата е еден од најстарите и најсигурни извори на обновлива енергија. Ова поглавје се фокусира на принципите и технологиите за производството на хидроелектрична енергија. Вежбите во ова поглавје ќе им помогнат на студентите да ги разберат еколошките и техничките аспекти на хидроенергијата, како и улогата на хидроенергијата во глобалниот енергетски микс. До крајот на ова поглавје студентите ќе бидат опремени со знаење за дизајнирање, работа и оптимизирање на различни видови хидроенергетски постројки, при процесот на ефикасно производство на електрична енергија.

Задача 3.1: Во област во Северното Море нивото на водата при прилив и одлив варира за 2,5-3 m. Еден циклус на прилив и одлив се случува за 12,4 часа. Потребно е да се изгради постројка за искористување на тидалната енергија, со капацитет од 20 MWh годишно, а при зафатот ограден е слив на брегот на морето, во кој се прелева водата при прилив. Агрегатите (Т+Г) за искористување на енергијата на водата се вградени во сидот на сливот. Густината на морската вода да се смета дека е $\rho_m = 1025 \text{ kg/m}^3$. Колкава треба да биде должината на зафатот ако ширината на сливот е $H = 500 \text{ m}$, искористливата висинска разлика на нивото на водата е $h = 2 \text{ m}$ и коефициентот на полезно дејство е $\eta = 0,8$?

Решение:

Познати параметри во задачата:

$$\Delta h = 2,5-3 \text{ m} \Rightarrow h = 2 \text{ m}$$

$$T_{ciklus} = 12,4 \text{ h}$$

$$E_{god} = 20 \text{ MWh}$$

$$\rho_m = 1025 \text{ kg/m}^3$$

$$H = 500 \text{ m}$$

$$\eta = 0,8$$

$$L = ?$$

Еден циклус на прилив и одлив се случува за 12,4 часа. Пресметката на бројот на циклуси годишно - n , изнесува:

$$n = \frac{T_{god}}{T_{ciklus}} = \frac{365 \cdot 24 \text{ h}}{12,4 \text{ h}} = 706,45 \text{ циклуси/год.}$$

Одземената енергија од брановите во еден циклус се пресметува според равенката:

$$E_{ciklus} = 1400 \left[\frac{\text{kg} \cdot \text{h}}{\text{s}^3 \cdot \text{km}^2} \right] \cdot A \cdot h^2 \cdot \eta,$$

каде што $A = L \cdot H$ е површината на зафатот.

За енергијата на годишно ниво, се добива формулата:

$$E_{god} = E_{ciklus} \cdot n = 1400 \left[\frac{\text{kg} \cdot \text{h}}{\text{s}^3 \cdot \text{km}^2} \right] \cdot A \cdot h^2 \cdot \eta \cdot n,$$

оттука се изведува изразот за должината на зафатот:

$$L = \frac{E_{god}}{1400 \left[\frac{\text{kg} \cdot \text{h}}{\text{s}^3 \cdot \text{km}^2} \right] \cdot H \cdot h^2 \cdot \eta \cdot n} = \frac{20 \cdot 10^6}{1400 \cdot 500 \cdot (0,002[\text{km}])^2 \cdot 0,8 \cdot 706,45} = 12638,65 \text{ m} = 12,6 \text{ km}$$

II начин: $E_{god} = \frac{0,5}{1000} \cdot g \cdot \rho \cdot A \cdot h^2 \cdot \eta \cdot n = 0,5 \cdot g \cdot \rho \cdot L \cdot H \cdot h^2 \cdot \eta \cdot n$

$$E_{god} = E_{god}[\text{Wh}] \cdot 3600 = 72 \cdot 10^9 \text{ J} \Rightarrow$$

$$L = \frac{72 \cdot 10^9}{\frac{0,5}{1000} \cdot 9,81 \cdot 1025 \cdot 500 \cdot 2^2 \cdot 0,8 \cdot 706,45} = 12669,74 \text{ m} = 12,6 \text{ km}$$

Задача 3.2: Мала хидроелектрана има нето-пад $H_n = 75 \text{ m}$ и инсталиран проток $Q_i = 15 \text{ m}^3/\text{s}$. Коефициентот на полезно дејство на турбината е $\eta_t = 0,88$, а на генераторот $\eta_g = 0,93$. Да се пресмета:

а) Номиналната активна моќност на електраната.

б) Колку електрична енергија ќе се испорача во мрежата ако електраната работи 12 часа со номинална моќност?

в) Ако се планира електраната да работи со 70 % од инсталираниот проток, како тоа ќе влијае врз испорачаната енергија за истиот временски период?

Решение:

Познати параметри во задачата:

$$H_n = 75 \text{ m}$$

$$Q_i = 15 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\eta_t = 0,88$$

$$\eta_g = 0,93$$

а) $P_n = ?$

б) $W = ?$ за $t = 12 \text{ h}$

в) $W = ?$ при $Q = 0,7Q_i$ и $t = 12 \text{ h}$

а) Номиналната активна моќност на хидроелектраната може да се пресмета според равенката:

$$P_n = 9,81 \cdot Q_i \cdot H_n \cdot \eta_t \cdot \eta_g [\text{kW}] \Rightarrow$$

$$P_n = 9,81 \cdot 15 \cdot 75 \cdot 0,88 \cdot 0,93 = 9032,1 \text{ kW} = 9,03 \text{ MW}$$

б) Предадената електрична енергија во мрежа изнесува:

$$W = P_n \cdot t = 9,03 \cdot 12 = 108,36 \text{ MWh}$$

в) За да се пресмета произведената електрична енергија при $Q = 0,7Q_i$, потребно е да се пресмета излезната моќност во тој случај:

$$P = 9,81 \cdot Q \cdot H_n \cdot \eta_t \cdot \eta_g = 9,81 \cdot 0,7 \cdot Q_i \cdot H_n \cdot \eta_t \cdot \eta_g = 0,7 \cdot P_n = 0,7 \cdot 9,03 = 6,32 \text{ MW} \Rightarrow$$

$$W = P \cdot t = 6,32 \cdot 12 = 75,85 \text{ MWh}$$

Задача 3.3: Хидроелектрана со номинален пад $H_n = 60 \text{ m}$ и максимален проток $Q_{max} = 25 \text{ m}^3/\text{s}$ има турбина со коефициент на полезно дејство $\eta_t = 0,89$ и генератор со $\eta_g = 0,94$. Да се пресмета колку изнесува максималната активна излезна моќност од електраната? Ако протокот варира помеѓу $Q_{min} = 10 \text{ m}^3/\text{s}$ и $Q_{max} = 25 \text{ m}^3/\text{s}$, колку ќе изнесува просечната моќност за 10-часовен период ако протокот линеарно расте од Q_{min} до Q_{max} ? За истиот временски период да се пресмета испорачаната електрична енергија во мрежа.

Решение:

Познати параметри во задачата:

$$H_n = 60 \text{ m}$$

$$Q_{max} = 25 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\eta_t = 0,89$$

$$\eta_g = 0,94$$

$$P_{max} = ?$$

$$\text{при } Q_{max} = 25 \text{ m}^3/\text{s}, \rightarrow Q_{min} = 10 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$t = 10 \text{ h} \Rightarrow P_{avg} = ?$$

$$W = ?$$

Максималната моќност што може да се испорача од хидроелектраната се пресметува при максимален проток:

$$P_{max} = 9,81 \cdot Q_{max} \cdot H_n \cdot \eta_t \cdot \eta_g = 9,81 \cdot 25 \cdot 60 \cdot 0,89 \cdot 0,94 = 12310,57 \text{ kW}$$

Просечната излезна моќност ќе се пресмета преку просечниот проток - Q_{avg} . Бидејќи е назначено дека протокот линеарно се менува, просечниот проток изнесува:

$$Q_{avg} = \frac{Q_{min} + Q_{max}}{2} = \frac{10 + 25}{2} = 17,5 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \Rightarrow$$

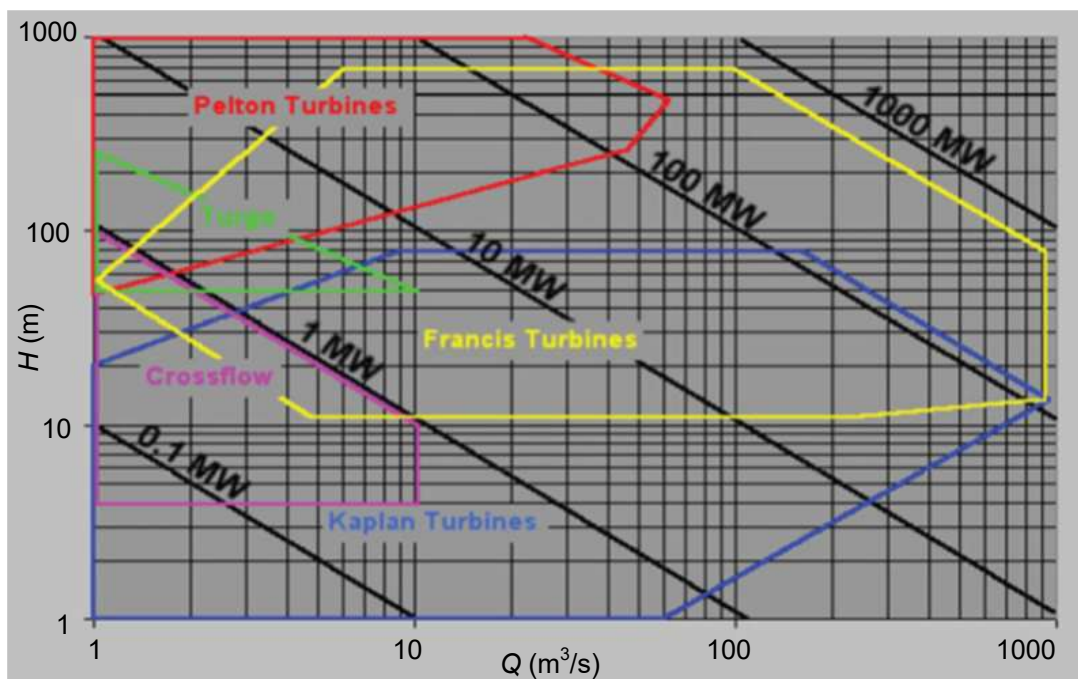
$$P_{avg} = 9,81 \cdot Q_{avg} \cdot H_n \cdot \eta_t \cdot \eta_g = 9,81 \cdot 17,5 \cdot 60 \cdot 0,89 \cdot 0,94 = 8617,4 \text{ kW}$$

Во овој случај предадената електрична енергија во електроенергетскиот систем изнесува:

$$W_{10h} = P_{avg} \cdot t = 8,617 \cdot 10 = 86,17 \text{ MW}.$$

Задача 3.4: На Слика 3.1 со дијаграм е прикажана врската помеѓу висинскиот пад H [m] и протокот Q [m^3/s] за избор на тип турбина. Да се пресмета моќноста и да се определи типот на турбината за следните случаи:

- а) $Q = 5 \text{ m}^3/\text{s}$; $H = 20 \text{ m}$ и $\eta_t = 0,9$
- б) $Q = 2 \text{ m}^3/\text{s}$; $H = 50 \text{ m}$ и $\eta_t = 0,9$
- в) $Q = 100 \text{ m}^3/\text{s}$; $H = 100 \text{ m}$ и $\eta_t = 0,9$
- г) $Q = 10 \text{ m}^3/\text{s}$; $H = 1000 \text{ m}$ и $\eta_t = 0,9$.



Слика 3.1 H-Q дијаграм за избор на тип турбина

Решение:

Познати параметри во задачата:

- а) $Q = 5 \text{ m}^3/\text{s}$; $H = 20 \text{ m}$ и $\eta_t = 0,9$
- б) $Q = 2 \text{ m}^3/\text{s}$; $H = 50 \text{ m}$ и $\eta_t = 0,9$
- в) $Q = 100 \text{ m}^3/\text{s}$; $H = 100 \text{ m}$ и $\eta_t = 0,9$
- г) $Q = 10 \text{ m}^3/\text{s}$; $H = 1000 \text{ m}$ и $\eta_t = 0,9$

$P_t = ?$ и типови турбини

Моќноста на турбината се пресметува според изразот:

$$P_t = 9,81 \cdot Q \cdot H_n \cdot \eta_t \text{ [kW]} \Rightarrow$$

$$\text{а) } P_t = 9,81 \cdot 5 \cdot 20 \cdot 0,9 \Rightarrow 882,9 \text{ kW}$$

Со овие податоци од дијаграмот се отчитува дека може да се избере Францисова, Капланова или Банкиева турбина (т.н. „cross flow“).

$$б) P_t = 9,81 \cdot 2 \cdot 50 \cdot 0,9 \Rightarrow 882,9 \text{ kW}$$

И во овој случај повторно од дијаграмот се отчитува дека може да се избере Францисова, Капланова или Банкиева турбина.

$$в) P_t = 9,81 \cdot 100 \cdot 100 \cdot 0,9 \Rightarrow 88,29 \text{ MW}$$

При вака дефинирани проток и висински пад, се добива дека треба да се избере исклучиво Францисова турбина.

$$г) P_t = 9,81 \cdot 10 \cdot 1000 \cdot 0,9 \Rightarrow 88,29 \text{ MW}$$

Во овој случај може да се избере исклучиво Пелтонова турбина.

Задача 3.5: Една хидроелектрана има корисен волумен на акумулација $V_k = 3,2 \cdot 10^6 \text{ m}^3$, нето-висински пад $H_n = 95 \text{ m}$ и два агрегати со вкупна номинална моќност $P_n = 25 \text{ MW}$. Коефициентот на полезно дејство на турбините е $\eta_t = 0,87$, а на генераторите со $\eta_g = 0,92$. Да се пресмета:

а) Енергетската вредност на акумулацијата.

б) Колку време може електраната да работи со номинална моќност без дотек на вода?

в) Ако акумулацијата се дополнува со дотек од $Q_{\text{dotek}} = 5 \text{ m}^3/\text{s}$, како тоа ќе влијае врз времетраењето на работата на хидроелектраната?

Решение:

Познати параметри во задачата:

$$V_k = 3,2 \cdot 10^6 \text{ m}^3$$

$$H_n = 95 \text{ m}$$

$$n = 2 \text{ агрегати}$$

$$P_n = 25 \text{ MVA}$$

$$\eta_t = 0,87 \text{ и } \eta_g = 0,92$$

$$а) E_{ak} = ?$$

$$б) t = ?$$

$$в) \text{ при } Q_{\text{dotek}} = 5 \text{ m}^3/\text{s} \Rightarrow t' = ?$$

а) Енергијата што може да се добие од акумулацијата на праг пред турбината:

$E_{ak} = 9,81 \cdot Q \cdot H_n \cdot t$, каде што t е времето за кое истекува водата од акумулацијата со просечен проток Q :

$$V_k[\text{m}^3] = Q[\text{m}^3/\text{s}] \cdot t[\text{s}] \Rightarrow t = \frac{V_k}{Q} \Rightarrow$$

$$E_{ak} = 9,81 \cdot Q \cdot H_n \cdot \frac{V_k}{3600 \cdot Q} = 9,81 \cdot 95 \cdot \frac{3,2 \cdot 10^6}{3600} = 0,828 \cdot 10^6 \text{ kWh}$$

б) Времетраењето на работа на хидроелектраната со номинална излезна моќност зависи од испразнувањето на корисниот волумен преку номинален проток:

$$t = \frac{V_k}{Q_n}, Q_n = ?$$

Номиналниот проток може да се определи од номиналната излезна моќност на целата хидроелектрана:

$$Q_n = \frac{P_n}{9,81 \cdot H_n \cdot \eta_t \cdot \eta_g} = \frac{25 \cdot 10^3}{9,81 \cdot 95 \cdot 0,87 \cdot 0,92} = 33,51 \text{ m}^3/\text{s} \Rightarrow$$

$$t = \frac{3,2 \cdot 10^6}{33,51} = 95493,88 \text{ s} = 26,53 \text{ h} - \text{дневна акумулација}$$

в) Во случај кога дотекува вода во акумулацијата, новото време на празнење на акумулацијата ќе биде поголемо:

$$t = \frac{V}{Q_{vk}} \Rightarrow Q_{vk} = ?$$

$$Q_{vk} = Q_n - Q_{dotek} = 33,51 - 5 = 28,51 \text{ m}^3/\text{s} \Rightarrow t = \frac{3,2 \cdot 10^6}{28,51 \cdot 3600} = 31,18 \text{ h}$$

Задача 3.6: Се анализира една мала проточна, деривациона ХЕЦ. Промената на протокот во текот на една година е дадена во Табела 3.1, Инсталираниот проток изнесува $Q_i = 6 \text{ m}^3/\text{s}$, а висинскиот пад $H = 120 \text{ m}$. Промената на ефикасноста на турбината зависно од интервалните вредности на протокот е прикажана во истата табела. Да се пресмета годишното производство на електрична енергија од хидроелектраната, притоа да се смета дека секој месец има 730 часа. Коефициентот на ефикасност на генераторот да не се зема предвид.

Табела 3.1 Промена на протокот и ефикасноста на турбината во зависност од месеците

t [месеци]	0-1	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7	7-8	8-9	9-10	10-11	11-12
Q [m^3/s]	20	15	17	9	5	2	1	3	4	3	5	8
Q/Q_i	< 30 %		$\geq 30 \%$ и < 50 %			$\geq 50 \%$ и < 65 %		$\geq 65 \%$ и < 80 %		$\geq 80 \%$		
η_t	0		0,3			0,5		0,75		0,85		

Решение:

Познати параметри во задачата:

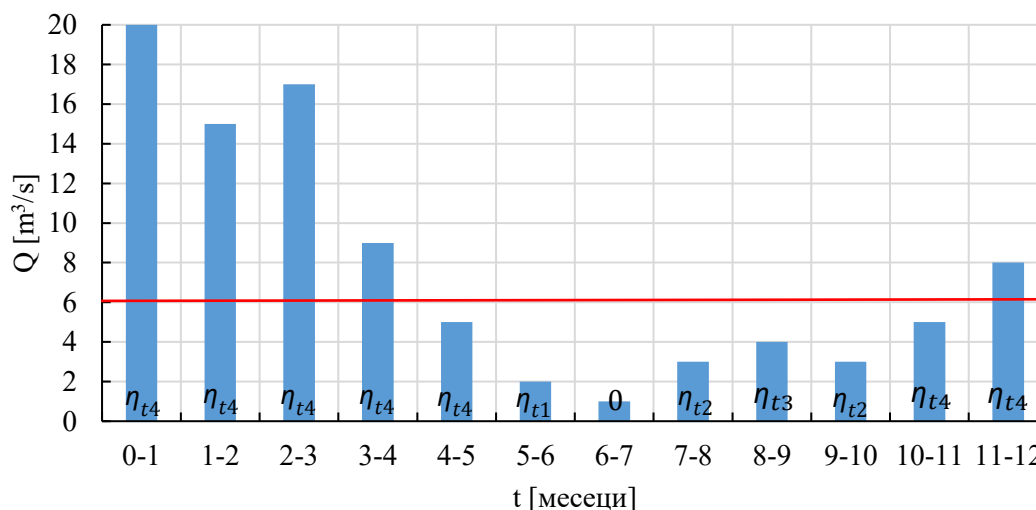
$$Q_i = 6 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$H = 120 \text{ m}$$

$$T_m = 730 \text{ h}$$

$$W = ?$$

Податоците од табелата, пренесени на графиконот прикажан на Слика 3.2, се од помош при решавање на задачата, со цел да се определат периодите во кои се променува протокот, а со тоа и ефикасноста на турбината. Црвената линија го означува инсталираниот проток:



Слика 3.2 Графикон за задача 3.6

$$W = 9,81 \cdot Q \cdot H \cdot \eta_t \cdot T_m = 9,81 \cdot H \cdot T_m \cdot \sum_{j=1}^n Q_j \cdot \eta_{tj}$$

Потребно е да се определат вредностите на протоците во интервалите при секоја промена на ефикасноста на турбината:

$$Q_j = Q_i \cdot \% \text{ удел}$$

- при $\eta_t = 0 \Rightarrow Q_0 = 6 \cdot 0 = 0$
- при $\eta_{t1} = 0,3 \Rightarrow Q_1 = 6 \cdot 30 \% = 6 \cdot 0,3 = 1,8 \text{ m}^3/\text{s}$
- при $\eta_{t2} = 0,5 \Rightarrow Q_2 = 6 \cdot 50 \% = 6 \cdot 0,5 = 3 \text{ m}^3/\text{s}$
- при $\eta_{t3} = 0,7 \Rightarrow Q_3 = 6 \cdot 65 \% = 6 \cdot 0,65 = 3,9 \text{ m}^3/\text{s}$
- при $\eta_{t4} = 0,85 \Rightarrow Q_4 = 6 \cdot 80 \% = 6 \cdot 0,8 = 4,8 \text{ m}^3/\text{s}$

За произведената електрична енергија се добива:

$$\begin{aligned} W &= 9,81 \cdot 120 \cdot 730 \cdot (1 \cdot 0 + 1 \cdot \eta_{t1} \cdot Q_1 + 2 \cdot \eta_{t2} \cdot Q_2 + 1 \cdot \eta_{t3} \cdot Q_3 + 7 \cdot \eta_{t4} \cdot Q_4) \\ &= 859356 \cdot (1 \cdot 0 + 1 \cdot 0,3 \cdot 1,8 + 2 \cdot 0,5 \cdot 3 + 1 \cdot 0,7 \cdot 3,9 + 7 \cdot 0,85 \cdot 4,8) = 859356 \cdot 34,83 \\ &= 29931369,5 \text{ kWh} \approx 30 \text{ GWh} \end{aligned}$$

Задача 3.7: Една проточна хидроелектрана ги има следниве номинални податоци: инсталирана моќност $P_{gi} = 1500 \text{ MW}$; инсталиран проток $Q_i = 8000 \text{ m}^3/\text{s}$; конструкциски пад $19,2 \text{ m}$; корисен волумен на зафатот на вода $80 \cdot 10^6 \text{ m}^3$; максимален висински пад $20,4 \text{ m}$; минимален висински пад $15,5 \text{ m}$; потрошувачка на вода за еден премин на бродови низ испустот 112000 m^3 . Да се определи:

а) Математичката зависност помеѓу корисниот волумен на зафатената вода - акумулацијата и висинскиот пад, под претпоставка дека таа зависност е линеарна, ($V[\text{m}^3]$ и $H[\text{m}]$).

- б) Дневните загуби на вода, поради пропуштање на 10 брода и количеството електрична енергија кое нема да се произведе поради тоа.
- в) Ако просечниот дневен проток низ реката е $Q_{dote k} = 5500 \text{ m}^3/\text{s}$, а нивото на акумулацијата околу електраната е на кота која одговара на конструкцискиот пад, да се пресмета дневното производство на електрична енергија. Да се смета дека во текот на тој ден ќе поминат 10 брода низ реката.
- г) Колкава е енергетската вредност на акумулацијата, според состојбата на волуменот пресметан во точка в)?

Решение:

Познати параметри во задачата:

Проточна ХЕЦ

$$P_{gi} = 1500 \text{ MW}$$

$$Q_i = 8000 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$H_k = 19,2 \text{ m}$$

$$V_k = 80 \cdot 10^6 \text{ m}^3$$

$$H_{max} = 20,4 \text{ m}$$

$$H_{min} = 15,5 \text{ m}$$

$$V_{brod} = 112000 \text{ m}^3$$

$$\text{а) } V[\text{m}^3] = f(H) [\text{m}]$$

$$\text{б) } \Delta V_{brod} \text{ и } \Delta W_{brod} = ?$$

$$\text{в) } W_g = ?$$

$$\text{г) } W_a = ?$$

а) Од познатите податоци: волумен на акумулацијата, конструкциски и минимален висински пад, може да се пресмета специфичен волумен по сантиметар корисен пад за акумулацијата:

$$\Delta v_h = \frac{V_k}{H_k - H_{min}} = \left(\frac{80 \cdot 10^6}{19,2 - 15,5} \right) / 100 = 216216,22 \text{ m}^3/\text{cm}$$

Волуменот во акумулацијата во функција од висинскиот пад може да се изрази на следниот начин:

$$V(H) = \Delta v_h (H - H_{min}) = 21,62 (H - 15,5) \cdot 10^6 \text{ m}^3$$

каде што H е изразен во метри [m].

б) Вкупното количество вода кое не е искористено за производството на електрична енергија изнесува:

$$\Delta V_{brod} = 10 \cdot V_{brod} = 10 \cdot 112000 = 1\,120\,000 \text{ m}^3$$

Специфичната потрошувачка на вода за производство на 1 kWh електрична енергија од електраната изнесува:

$$w = \frac{3600 \cdot Q_i}{P_{gi}} = \frac{3600 \cdot 8000}{1500} = 19\,200 \text{ m}^3/\text{MWh} = 19,2 \text{ m}^3/\text{kWh}$$

Количеството електрична енергија кое не е произведено поради потрошувачката на вода за премин на бродови изнесува:

$$\Delta W_{brod} = \frac{\Delta V_{brod}}{w} = \frac{1\,120\,000}{19\,200} = 58,33 \text{ MWh}$$

в) При просечен дотек од $Q_d = 5500 \text{ m}^3/\text{s}$ во текот на 24 часа, во акумулацијата на хидроелектраната ќе дотече следната количина вода:

$$V_{dotek} = 24 \cdot 3600 \cdot Q_d = 24 \cdot 3600 \cdot 5500 = 475,2 \cdot 10^6 \text{ m}^3$$

Со оглед на тоа дека на почетокот од денот акумулацијата е на конструкциски пад, всушност, има корисен волумен во неа:

$$V = V_k = 80 \cdot 10^6 \text{ m}^3$$

Максималниот корисен волумен во акумулацијата ќе биде остварен само кога падот ќе биде максимален:

$$V_{k-max} = \Delta v_h (H_{max} - H_{min}) = 21,62 \cdot 10^6 (20,4 - 15,5) \text{ m}^3 = 105,95 \cdot 10^6 \text{ m}^3$$

За да се постигне максимален корисен волумен во акумулацијата, хидроелектрана од вкупната количина на дотечена вода треба да задржи $V_{k-max} - V_k = 25,94 \cdot 10^6 \text{ m}^3$, што значи дека низ турбините треба да се испушта следното количество вода:

$$V = V_{dotek} - (V_{k-max} - V_k) - \Delta V_{brod} = (475,2 - 25,94 - 1,12) \cdot 10^6 = 448,13 \cdot 10^6 \text{ m}^3$$

Од оваа количина на вода хидроелектрана ќе произведе електрична енергија во количина:

$$W_g = \frac{V}{w} = \frac{448,13 \cdot 10^6}{19\,200} = 23\,340,31 \text{ MWh}$$

г) Енергетската вредност на акумулацијата, имајќи предвид дека волуменот е на максимално ниво, изнесува:

$$W_a = \frac{V_{k-max}}{w} = \frac{105,95 \cdot 10^6}{19\,200} = 5518,02 \text{ MWh}$$

Задача 3.8: Во една ХЕЦ во погон се два агрегати, чии основни енергетски карактеристики (енергетска карактеристика кај ХЕЦ е зависноста на протокот од излезната моќност), се:

$$Q_1 = 0,198 + 0,306P_1 + 0,0216P_1^2$$

$$Q_2 = 0,188 + 0,336P_2 + 0,0206P_2^2$$

Протокот е изразен во m^3/s , а моќноста во MW. Моќноста што ХЕЦ ја предава на мрежа е $P = 10 \text{ MW}$.

а) Да се определи оптималната распределба на моќности меѓу агрегатите;

б) Колку изнесува протокот на вода низ секој од нив во тој случај?

Решение:

Познати параметри во задачата:

енергетски к-ки за $n = 2$ агрегати

$$Q_1 = 0,198 + 0,306P_1 + 0,0216P_1^2, Q [\text{m}^3/\text{s}] \text{ и } P = [\text{MW}]$$

$$Q_2 = 0,188 + 0,336P_2 + 0,0206P_2^2, [\text{m}^3/\text{s}] \text{ и } P = [\text{MW}]$$

$$P = 10 \text{ MW}$$

$$\text{а) } P_{1opt} = ? \text{ и } P_{2opt} = ?$$

$$\text{б) } Q_1 = ? \text{ и } Q_2 = ?$$

а) Се дефинира функција која треба да се минимизира. Во случајов тоа е вкупното количество на вода, односно збир на протоците низ двата агрегати: $F = Q_1 + Q_2$. За да се дефинира Ла Гранжова функција која ќе се минимизира, потребно е и основно ограничување, кое се дефинира од вкупната активна моќност која може ХЕЦ да ја предаде на мрежа, $P = P_1 + P_2 = 10 \text{ MW} \Rightarrow$

$$\text{Ла Гранжова функција: } \Phi = \sum_{i=1}^2 Q_i - \lambda(P_1 + P_2 - P) \xrightarrow{\min},$$

каде што λ е Ла Гранжов оператор.

$$\Phi = Q_1(P_1) + Q_2(P_2) - \lambda(P_1 + P_2 - P) \xrightarrow{\min}$$

За да се минимизира функцијата, се бара прв извод по сите непознати:

$$\begin{cases} \frac{\partial \Phi}{\partial P_1} = \frac{\partial Q_1}{\partial P_1} - \lambda = 0 \quad (1) \\ \frac{\partial \Phi}{\partial P_2} = \frac{\partial Q_2}{\partial P_2} - \lambda = 0 \quad (2) \\ \frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} = P_1 + P_2 - P = 0 \quad (3) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial Q_1}{\partial P_1} = \frac{\partial Q_2}{\partial P_2} = \lambda \text{ од (1) и (2)} \\ P = P_1 + P_2 \text{ од (3)} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 0,306 + 2 \cdot 0,0216P_1 = 0,336 + 2 \cdot 0,0206P_2 \\ P_1 + P_2 = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_1 = 5,24 \text{ MW} \\ P_2 = 4,76 \text{ MW} \end{cases}$$

$$\text{б) } Q_1 = 0,198 + 0,306 \cdot 5,24 + 0,0216 \cdot 5,24^2 = 2,93 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q_2 = 0,188 + 0,336 \cdot 4,76 + 0,0206 \cdot 4,76^2 = 2,25 \text{ m}^3/\text{s}$$

Задача 3.9: Прибранска хидроелектрана има зафат на вода на надморска височина од 500,5 m, а номиналниот проток на вода низ притисниот цевковод изнесува $45 \text{ m}^3/\text{s}$. Францисовата турбина во машинската зграда на хидроелектраната е поставена на надморска висина од 483 m. Нивото на компензацискиот базен се наоѓа на 554 m, а нивото на долната вада е на 474 m надморска висина.

Колкава е излезната моќност од турбината со дијаметар 6 m при номинален проток, а колкава е излезната моќност при изведување дифузор непосредно по турбината - со дијаметар 9 m, исто така при номинален проток? Хидрауличните загуби во довод и одвод да се занемарат.

Решение:

Познати параметри во задачата:

$$h_z = 500,5 \text{ m}$$

$$Q_n = 45 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$H_t = 483 \text{ m}$$

$$H_{gv} = 554 \text{ m}$$

$$H_{dv} = 474 \text{ m}$$

$$D_t = 6 \text{ m}$$

$$D_d = 9 \text{ m}$$

Напречниот пресек на турбината изнесува: $A_t = \left(\frac{D_t}{2}\right)^2 \pi = \left(\frac{6}{2}\right)^2 \pi = 28,274 \text{ m}^2$

Брзината на водата на истек од турбината е: $v_t = \frac{Q_n}{A_t} = \frac{45}{28,274} = 1,592 \text{ m/s}$

Искористливиот нето – пад изнесува: $H_{n1} = H_{gv} - H_t - \frac{v_t^2}{2g} = 554 - 483 - \frac{1,592^2}{2 \cdot 9,81} = 70,871 \text{ m}$

Моќноста на излез од турбината при номинален проток е: $P_{n1} = g Q_n H_{n1} = 9,81 \cdot 45 \cdot 70,871$

$$P_{n1} = 31,286 \text{ MW}$$

Напречниот пресек на дифузорот изнесува: $A_d = \left(\frac{D_d}{2}\right)^2 \pi = \left(\frac{9}{2}\right)^2 \pi = 63,617 \text{ m}^2$

Брзината на водата на истек од дифузорот е: $v_d = \frac{Q_n}{A_d} = \frac{45}{63,617} = 0,707 \text{ m/s}$

Искористливиот нето пад изнесува: $H_{n2} = H_{gv} - H_{dv} - \frac{v_d^2}{2g} = 554 - 474 - \frac{0,707^2}{2 \cdot 9,81} = 79,975 \text{ m}$

Моќноста на излез од турбината при номинален проток со изведба на дифузор изнесува:

$$P_{nd} = g Q_n H_{n2} = 9,81 \cdot 45 \cdot 79,975 = 35,305 \text{ MW}$$

Задача 3.10: Една реверзибилна хидроелектрана има корисен волумен од $9,75 \cdot 10^6 \text{ m}^3$. Од оваа количина вода во турбински режим се произведуваат 16,6 GWh електрична енергија. Просечната висинска разлика помеѓу горното и долното езеро изнесува 721,8 m. Ефикасноста на електраната во пумпен режим изнесува 60 %. Да се пресмета ефикасноста на електраната во турбински режим. Колку енергија се троши на пумпање вода во горното езеро? Колку изнесува вкупната ефикасност на целиот работен циклус на електраната?

Решение:

Познати параметри во задачата:

$$V = 9,75 \cdot 10^6 \text{ m}^3$$

$$W_{el} = 16,6 \text{ GWh}$$

$$H = 721,8$$

$$\eta_p = 60 \%$$

$$\eta_t = ?, \eta_{vk} = ?, W_p = ?$$

За да може да се пресмета ефикасноста на турбинскиот режим, се поаѓа од изразот за потенцијална енергија, бидејќи во турбински режим хидроелектраната произведува електрична енергија од потенцијалната енергија на водата:

$$E_p [\text{J}] = m[\text{kg}] \cdot g[\text{m/s}^2] \cdot H[\text{m}] = \rho[\text{kg/m}^3] \cdot V[\text{m}^3] \cdot g[\text{m/s}^2] \cdot H[\text{m}] =>$$

$$W_{el} = \eta_t \cdot m \cdot g \cdot H = \eta_t \cdot \rho \cdot V \cdot g \cdot H$$

Од овие два изрази за η_t се добива:

$$\eta_t = \frac{W_{el} [\text{W} \cdot \text{s}]}{\rho[\text{kg/m}^3] \cdot V[\text{m}^3] \cdot g[\text{m/s}^2] \cdot H[\text{m}]} = \frac{16,6 \cdot 3600 \cdot 10^9}{1000 \cdot 9,75 \cdot 10^6 \cdot 9,81 \cdot 721,8} => \eta_t = 86,56 \%$$

Сега, едноставно се пресметува вкупниот коефициент на полезно дејство, кој е производ од ефикасностите во двата работни режими:

$$\eta_{vk} = \eta_t \cdot \eta_p = 86,56 \cdot 60 \approx 52 \%$$

Енергијата што се троши во пумпен режим за да се пренесе водата од долното во горното езеро може да се пресмета од изразот за произведена електрична енергија, имајќи го предвид вкупниот коефициент на полезно дејство на циклусот- η_{vk} :

$$W_{el} = W_p \cdot \eta_{vk} =>$$

$$W_p = \frac{W_{el}}{\eta_{vk}} = \frac{16,6}{0,52} \approx 32 \text{ GWh}$$

Задача 3.11: Реверзибилна хидроелектрана има вкупен корисен волумен од $150 \cdot 10^6 \text{ m}^3$. Од оваа количина на вода во генераторски режим се произведуваат 120 GWh електрична енергија. Ефикасноста на процесот на трансформација на механичката во електрична енергија изнесува 87 %, а процесот на пумпање 60 %. Колкава е висинската разлика помеѓу горното и долното езеро? Колку енергија се троши при пумпање вода од долното во горното езеро, а со тоа и колку изнесуваат загубите на енергија при еден работен циклус кај овој принцип на складирање енергија?

Решение:

Познати параметри во задачата:

$$V = 150 \cdot 10^6 \text{ m}^3$$

$$W_{el} = 120 \text{ GWh}$$

$$\eta_g = 87 \%$$

$$\eta_p = 60 \%$$

$$h = ?$$

$$W_p = ? \text{ и } W_{zag} = ?$$

За да може да се пресмета висинската разлика помеѓу двете езера - h , повторно се поаѓа од изразот за потенцијална енергија бидејќи во генераторски режим хидроелектраната произведува електрична енергија од потенцијалната енергија на водата при тој висински пад:

$$E_p [\text{J}] = m [\text{kg}] \cdot g [\text{m/s}^2] \cdot h [\text{m}] = \rho [\text{kg/m}^3] \cdot V [\text{m}^3] \cdot g [\text{m/s}^2] \cdot h [\text{m}] \Rightarrow$$

$$W_{el} = \eta_g \cdot m \cdot g \cdot h$$

Од овие два изрази за висината се добива:

$$h = \frac{W_{el} [\text{W} \cdot \text{s}]}{\rho [\text{kg/m}^3] \cdot V [\text{m}^3] \cdot g [\text{m/s}^2] \cdot \eta_g} = \frac{120 \cdot 3600 \cdot 10^9}{1000 \cdot 150 \cdot 10^6 \cdot 9,81 \cdot 0,87} = 337,4 \text{ m}$$

Енергијата што се троши во пумпен режим може да се пресмета од изразот за произведена електрична енергија од целиот овој циклус, имајќи го предвид вкупниот коефициент на полезно дејство на циклусот - η_{vk} :

$$W_{el} = W_p \cdot \eta_{vk} = W_p \cdot \eta_g \cdot \eta_p \Rightarrow$$

$$W_p = \frac{W_{el}}{\eta_g \cdot \eta_p} = \frac{120}{0,87 \cdot 0,6} = \frac{120}{0,522} \approx 230 \text{ GWh}$$

Логично, загубите од еден работен циклус на реверзибилната хидроелектрана се разлика од енергиите во пумпен и турбински режим:

$$W_{zag} = W_p - W_{el} = 230 - 120 = 110 \text{ GWh}$$

Задача 3.12: Реверзибилна хидроелектрана во генераторски режим има излезна моќност од 100 MW во текот на 4 h. Горниот акумулациски базен се наоѓа на 200 m над реката од која се полни долниот акумулациски базен. Ефикасноста на процесот на трансформација на електричната во механичка енергија изнесува 0,65, а на производство на електрична енергија е 0,85. Да се определи електричната енергија [MWh] потребна да се испумпа вода во горната акумулација, така што хидроелектраната би произвела 400 MWh дневно. Колку изнесува волуменот на вода кој се троши за да се произведат 400 MWh?

Решение:

Познати параметри во задачата:

$$P_{el} = 100 \text{ MWh}$$

$$t_{el} = 4 \text{ h}$$

$$H = 200 \text{ m}$$

$$\eta_p = 0,65$$

$$\eta_g = 0,85$$

$$W_p = ? \text{ и } V = ?$$

За да се пресмета енергијата што се троши во пумпен режим за да се произведат 400 MWh електрична енергија, повторно се поаѓа од изразот за произведена електрична енергија од целиот овој циклус, при вкупен коефициент на полезно дејство на циклусот - η_{vk} :

$$W_{el} = W_p \cdot \eta_{vk} = W_p \cdot \eta_g \cdot \eta_p \Rightarrow$$

$$W_p = \frac{W_{el}}{\eta_g \cdot \eta_p} = \frac{P_{el} \cdot t_{el}}{0,85 \cdot 0,65} = \frac{400}{0,5525} \approx 724 \text{ MWh}$$

Волуменот на вода за производство на електрична енергија во износ од 400 MWh се пресметува од изразот за потенцијална енергија бидејќи како и во претходната задача - во генераторски режим хидроелектраната произведува електрична енергија од потенцијалната енергија на волуменот на вода кој истекува при висински пад од 200 m:

$$E_p = m \cdot g \cdot H = \rho \cdot V \cdot g \cdot H \Rightarrow$$

$$W_{el} = \eta_g \cdot \rho \cdot V \cdot g \cdot H$$

Од овие два изрази за волуменот се добива:

$$V = \frac{W_{el}}{\rho \cdot g \cdot H \cdot \eta_g} = \frac{400 \cdot 3600 \cdot 10^6}{1000 \cdot 9,81 \cdot 200 \cdot 0,85} = 0,863 \cdot 10^6 \text{ m}^3$$

Задача 3.13: Инсталираната моќност на една реверзибилна хидроелектрана (Велебит-Хрватска) во генераторски режим изнесува 276 MW, а во пумпен режим 240 MW. При турбински режим инсталираниот проток изнесува $Q_t = 60 \text{ m}^3/\text{s}$, при конструкциски пад $H_t = 517 \text{ m}$. При пумпен режим инсталираниот проток изнесува $Q_p = 40 \text{ m}^3/\text{s}$, при конструкциски пад $H_p = 559 \text{ m}$. Да се пресметаат коефициентите на полезно дејство на реверзибилната хидроелектрана.

Решение:

Познати параметри во задачата:

$$P_t = 276 \text{ MW}$$

$$P_p = 240 \text{ MW}$$

$$Q_t = 60 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$H_t = 517 \text{ m}$$

$$Q_p = 40 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$H_p = 559 \text{ m}$$

$$\eta_t = ? \text{ и } \eta_p = ?$$

Пресметката на коефициентите на полезно дејство се прави од изразот за потенцијална енергија:

$$W_{el} = \eta_t \cdot m \cdot g \cdot H_t = \eta_t \cdot \rho \cdot V \cdot g \cdot H_t$$

Во задачата познати се податоци за моќност во двата работни режими, не за енергија, затоа горниот израз ќе се подели со време - t :

$$\frac{W_{el}}{t} = \frac{\eta_t \cdot \rho \cdot (Q_t \cdot t) \cdot g \cdot H_t}{t} \Leftrightarrow$$

$$P_t = \eta_t \cdot \rho \cdot Q_t \cdot g \cdot H_t \Rightarrow$$

$$\eta_t = \frac{P_t}{\rho \cdot Q_t \cdot g \cdot H_t} = \frac{276 \cdot 10^3}{1000 \cdot 60 \cdot 9,81 \cdot 517} \Rightarrow \eta_t = 90,7 \%$$

Во моторен режим моќноста на агрегатите потребна да се испумпа водата во горната акумулација изнесува:

$$P_p \cdot \eta_p = \rho \cdot Q_p \cdot g \cdot H_p \Rightarrow \eta_p = \frac{\rho \cdot Q_p \cdot g \cdot H_p}{P_p} = \frac{1000 \cdot 40 \cdot 9,81 \cdot 559}{240 \cdot 10^3} \Rightarrow \eta_p = 91,4 \%$$

Задача 3.14: Реверзибилна хидроелектрана има два пумпно-турбински агрегати со номинална моќност во турбински (генераторски) режим на работа од $S_{gn} = 315 \text{ MVA}$. Поради економски причини, во пумпен (моторен) режим на работа хидроагрегатите може да работат со максимална моќност од $P_p = 300 \text{ MW}$. Со цел да се избегне појава на кавитација, дозволената минимална моќност на генераторот во турбински режим на работа изнесува $P_{gm} = 100 \text{ MW}$. Нивото на водата во горното езеро варира помеѓу $H_{Gmin} = 815 \text{ m}$ и $H_{Gmax} = 880 \text{ m}$, а во долното езеро помеѓу $H_{Dmin} = 270 \text{ m}$ и $H_{Dmax} = 290 \text{ m}$. Зависноста на протокот од активната моќност за карактеристични вредности на висинскиот пад (под претпоставка да нема загуби при падот на водата и во доводните органи) е прикажана во Табела 3.2.

Табела 3.2 Податоци за задача 3.14

$H[\text{m}]$	Турбински режим $Q_t[\text{m}^3/\text{s}]$					Пумпен режим $Q_p[\text{m}^3/\text{s}]$
815-290=525	27	37	46	57	74	51
815-270=545	26	35	44	55	69	49
880-290=590	24	33	41	51	62	44
880-270=610	23	31	39	49	58	41
$P[\text{MW}]$	100	150	200	250	300	300

а) Да се пресмета колку електрична енергија може да се добие во турбински режим за сметка на вложената енергија во пумпен погон. Пресметките да се направат за сите вредности на падот на водата и активната моќност од табелата, под претпоставка дека водата во турбински и пумпен режим има константен пад.

б) Да се анализира кој е најпосакуван, а кој е нај непосакуван работен режим на хидроелектраната? Кои работни точки се со најголема, односно со најмала корисност на електраната?

Решение:

Познати параметри во задачата:

$$S_{gn} = 315 \text{ MVA}$$

$$P_p = 300 \text{ MW и } P_{gm} = 100 \text{ MW}$$

$$H_{Gmin} = 815 \text{ m, } H_{Gmax} = 880 \text{ m}$$

$$H_{Dmin} = 270 \text{ m, } H_{Dmax} = 290 \text{ m}$$

$$Q_t = f(H) \text{ и } Q_p = f(H)$$

$$\text{а) } \frac{W_t}{W_p} = ?$$

$$\text{б) } \left(\frac{W_t}{W_p} \right)_{max} \text{ и } \left(\frac{W_t}{W_p} \right)_{min} = ?$$

Зошто е тоа така?

а) За пад од 525 m (тоа е воедно и нето-падот $H = H_n$), бидејќи се претпоставува дека нема загуби во доводните органи на хидроелектраната, при пумпање на водата од долното во горното езеро протокот низ пумпата е $Q_p = 51 \text{ m}^3/\text{s}$. За единствената можна вредност на активната моќност во пумпен режим $P_p = 300 \text{ MW}$, потребниот специфичен проток изнесува:

$$\Delta q_p = \frac{Q_p}{P_p} = \frac{51}{300} = 0,17 \text{ m}^3/\text{MWs}$$

За турбински режим и моќност на генераторот од 100 MW при нето-пад $H_n = 525 \text{ m}$, протокот изнесува $Q_t = 27 \text{ m}^3/\text{s}$. Специфичниот проток низ турбината е:

$$\Delta q_t = \frac{Q_t}{P_t} = \frac{27}{100} = 0,27 \text{ m}^3/\text{MWs}$$

Односот помеѓу добиената и вложената енергија е:

$$\frac{\Delta q_p}{\Delta q_t} = \frac{W_t}{W_p} = \frac{0,17}{0,27} = 0,63$$

Табела 3.3 Пресметки за задача 3.14 под а)

$H[m]$	Корисност на PXE				
815-290=525	0,630	0,689	0,739	0,745	0,689
815-270=545	0,628	0,700	0,742	0,742	0,710
880-290=590	0,611	0,666	0,715	0,719	0,710
880-270=610	0,594	0,611	0,700	0,697	0,706
$P[MW]$	100	150	200	250	300

б) Односот меѓу добиената и вложената електрична енергија значително зависи од нето-падот и од избраната активна моќност во турбински режим. При тоа:

1) Најголема корисност на PXE се добива при средни до високи моќности на турбината (200-250 MW) и средни нето-падови (525-545 m). Највисоката пресметана вредност е:

$$\left(\frac{W_t}{W_p}\right)_{max} = 0,745 \text{ при } H_n = 525 \text{ m и } P_t = 250 \text{ MW}$$

Во овој работен опсег, турбината работи блиску до оптималната точка (поволен однос помеѓу протокот и моќноста), дополнително специфичниот проток во турбински режим е релативно мал и вложената енергија за пумпање по единица добиена енергија е минимална.

2) Најмала корисност на PXE се добива при минимална дозволена турбинска моќност (100-150 MW) и големи нето падови (610 m). Минималната пресметана вредност изнесува:

$$\left(\frac{W_t}{W_p}\right)_{min} = 0,594 \text{ при } H_n = 610 \text{ m и } P_t = 100 \text{ MW}$$

Во овој режим турбината работи далеку од оптималната работна точка, бидејќи специфичниот проток по единица произведена моќност е голем и за иста количина складирана вода, добиената енергија е релативно мала. Дополнително, при поголеми падови, иако потенцијалната енергија на водата е поголема, неповолниот однос меѓу протокот и моќноста доведува до пониска вкупна енергетска корисност на циклусот.

Задача 3.15: Хидроелектрана со вкупна инсталирана моќност $P_{gi} = 96 \text{ MW}$ (занемарувајќи ја сопствената потрошувачка, т.е. се претпоставува дека излезната моќност од генераторите е еднаква со моќноста на праг на електраната) и инсталиран проток $Q_i = 540 \text{ m}^3/\text{s}$, има акумулација со корисен волумен $V_k = 16 \cdot 10^6 \text{ m}^3$ при промена на падот од $\Delta H = \Delta H_n = 2,0 \text{ m}$. Да се претпостави дека нема загуби во доводните органи до турбината).

а) Да се пресмета времето на празнење на акумулацијата (под претпоставка дека нема довод на вода во акумулацијата) и да се класифицира електраната според критериумот за време на празнење на акумулацијата;

б) Да се пресмета енергетската вредност на акумулацијата, занемарувајќи ја промената на моќноста на електраната поради промената на падот;

в) Колкава количина на електрична енергија може да произведе хидроелектраната во периодот помеѓу 22 h и 6 h ако се предвидат едночасовни дотеци во акумулацијата според Табела 3.4. Да се земе предвид дека во 22 h корисниот волумен е комплетно празен, а во 6 h наутро треба да е полн. Се претпоставува дека има линеарна зависност помеѓу количината на вода во акумулацијата и промената на падот.

Табела 3.4 Податоци за задача 3.15

t_j	22-23	23-24	0-1	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6
$Q_{dj}[\text{m}^3/\text{s}]$	750	800	750	700	600	550	600	650

г) Да се изработи програма за погонување на хидроелектраната во периодот помеѓу 22 h и 6 h, имајќи предвид дека не смее да има прелив на вода и акумулацијата да се наполни за најкратко време. Биолошкиот минимум изнесува $P_{g\min} = 8 \text{ MW}$. Да се нацрта дијаграм за полнење на акумулацијата (зголемување на волуменот на вода и падот), како и кумулативен дијаграм за произведената електрична енергија од хидроелектраната во периодот помеѓу 22 h и 6 h.

Решение:

Познати параметри во задачата:

$$P_{gi} = 96 \text{ MW}$$

$$Q_i = 540 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$V_k = 16 \cdot 10^6 \text{ m}^3$$

$$\Delta H = \Delta H_n = 2,0 \text{ m}$$

$$\text{а) } T_{pr} = ? \text{ тип на ХЕЦ според } T_{pr}$$

$$\text{б) } W_a = ?$$

$$\text{в) } W_g = ? \text{ во периодот } 22 - 6 \text{ h}$$

$$\text{г) програма за погонување во периодот } 22 - 6 \text{ h}$$

$$\text{при } P_{g\min} = 8 \text{ MW } V_{dj} = ? \text{ и } W_{gj} = ?$$

а) Време на празнење на акумулацијата:

$$T_{pr} = \frac{V_k}{3600 \cdot Q_i} = \frac{16 \cdot 10^6}{3600 \cdot 540} = 8,23 \text{ h}$$

Со оглед на времетраењето на празнењето на акумулацијата, таа се класифицира во хидроелектрани со дневна акумулација.

$$\text{б) } W_a = P_{gi} \cdot T_{pr} = 96 \cdot 8,23 = 790,1 \text{ MWh}$$

в) Вкупниот дотек на вода во акумулацијата во периодот од 22 h до 6 h е:

$$V_{dotek} = \sum_j Q_{dj} T_j = 3600 \sum_{j=1}^8 Q_{dj} = 3600(750 + 800 + 750 + 700 + 600 + 550 + 600 + 650) \\ = 19,44 \cdot 10^6 \text{ m}^3$$

Имајќи предвид дека во 22 h акумулацијата била празна, а во 6 h треба да биде полна, водата што смее да се користи од дотекот е:

$$\Delta V = V_{dotek} - V_k = 19,44 \cdot 10^6 - 16 \cdot 10^6 = 3,44 \cdot 10^6 \text{ m}^3$$

Електричната енергија- W_g што може да се произведе од овој волумен на вода е:

$$\frac{W_a}{V_k} = \frac{W_g}{\Delta V} \Rightarrow W_g = \frac{\Delta V}{V_k} W_a = \frac{3,44}{16} 790,1 = 169,87 \text{ MWh}$$

г) Во секој час турбината мора да работи за да го одржува биолошкиот минимум со минимум 8 MW, што значи дека минималниот проток низ електраната во секој час треба да биде:

$$\Delta Q_{min}^h = \frac{P_{gm}}{P_{gi}} 3600 Q_i = \frac{8}{96} 3600 \cdot 540 = 0,162 \cdot 10^6 \text{ m}^3/\text{h}$$

Волуменот на вода кој мора да се пропушти низ турбината во секој час, одржувајќи го биолошкиот минимум, изнесува:

$$\Delta V_h = \Delta Q_{min}^h \cdot T = 0,162 \cdot 10^6 \cdot 1 = 0,162 \cdot 10^6 \text{ m}^3$$

Саатните додатоци на вода се пресметуваат според следниот израз:

$$V_{dj} = 3600 \cdot Q_{dj} - \Delta V_h$$

Табела 3.5 Пресметки за дотечена количина на вода за задача 3.15

t_j	22-23	23-24	0-1	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6
$V_{dj}[\text{m}^3] \cdot 10^6$	2,538	2,718	2,538	2,358	1,998	1,818	1,998	2,178
$\Delta V_{dj,uk}[\text{m}^3]$	2,538	5,256	7,794	10,152	12,150	13,968	15,966	18,144

Сè до 5 h количината на вода во акумулациониот базен е помала од неговиот капацитет, што значи дека турбината е надвор од погон сè до 5 h. Во последниот час низ турбината треба да протечат $18,144 - 16 = 2,144 \text{ m}^3$ вода. При номинална моќност низ турбината може да протече следниот волумен на вода:

$$\Delta V_{hmax} = 3600 \cdot Q_i = 3600 \cdot 540 = 1,944 \cdot 10^6 \text{ m}^3$$

Со оглед на тоа дека во последниот час низ турбината не може да протече овој волумен со инсталиран проток, турбината мора да почне да работи еден час порано и тогаш низ неа мора да протече следниот волумен на вода:

$$\Delta V_{h4-5} = 2,144 - 1,944 = 0,2 \cdot 10^6 \text{ m}^3$$

Во претпоследниот час количеството на електрична енергија- W_{h4-5} што ќе се произведе изнесува:

$$\frac{W_a}{V_k} = \frac{W_{h4-5}}{\Delta V_{h4-5}} \Rightarrow W_{h4-5} = \frac{\Delta V_{h4-5}}{V_k} W_a = \frac{0,2}{16} 790,1 = 9,87 \text{ MWh}$$

Електраната во последниот час работи со активна моќност која изнесува $P_{g4-5} = 9,87 \text{ MW}$

За секој сантиметар корисен пад, количината на вода во акумулацијата се намалува за:

$$\Delta q_h = \frac{V_k}{\Delta H} = \frac{16 \cdot 10^6}{200} = 8 \cdot 10^4 \text{ m}^3/\text{cm}$$

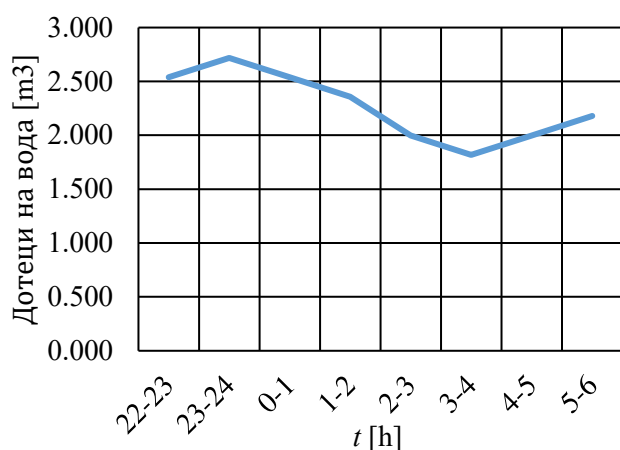
Врз основа на овие резултати може да се изработи програма за работа на хидроелектраната во периодот помеѓу 22 h и 6 h.

Табела 3.6 Програма за работа на хидроелектраната во периодот помеѓу 22 h и 6 h

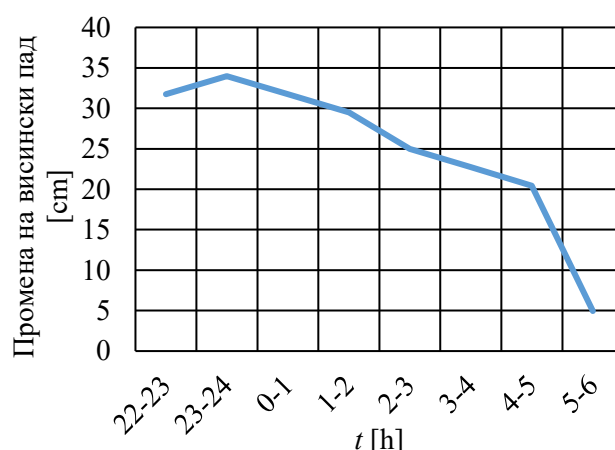
t_j	22-23	23-24	0-1	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6	Вкупно
$Q_{dj}[\text{m}^3/\text{s}]$	750	800	750	700	600	550	600	650	/
$P_{dj}[\text{MW}]$	8	8	8	8	8	8	9,87	96	/
$W_{gj}[\text{MWh}]$	8	8	8	8	8	8	9,87	96	153,87
$W_{g,vk}[\text{MWh}]$	8	16	24	32	40	48	57,87	153,87	/
$V_{dj}[\text{m}^3/\text{s}]$	2,538	2,718	2,538	2,358	1,998	1,818	1,998	2,178	16
$\Delta V_{dj,vk}[\text{m}^3]$	2,538	5,256	7,794	10,152	12,150	13,968	15,604	16	/
$\Delta H_j[\text{cm}]$	31,73	33,98	31,73	29,48	24,98	22,73	20,42	4,95	200
$\Delta H_{vk}[\text{cm}]$	31,73	65,71	97,44	126,92	151,9	174,63		200	/

Дијаграмот за полнење на акумулацијата (зголемување на волуменот на вода и падот) и динамиката на производство на електрична енергија во периодот 22 – 6 часот се прикажани на следните графикони (

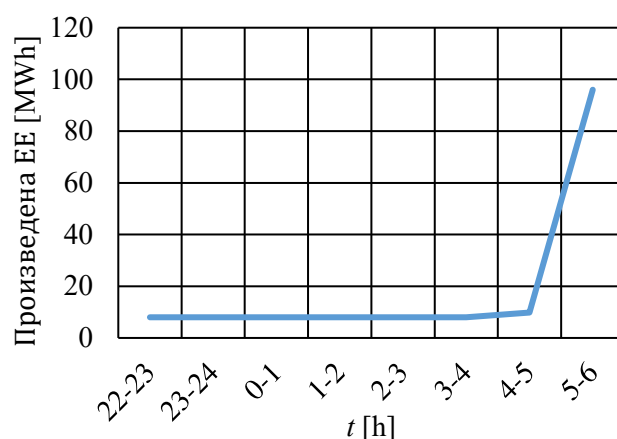
Слика 3.3):



а) Дијаграм за полнење на волуменот на акумулацијата



б) Дијаграм за промената на висинскиот пад како што се полни акумулацијата



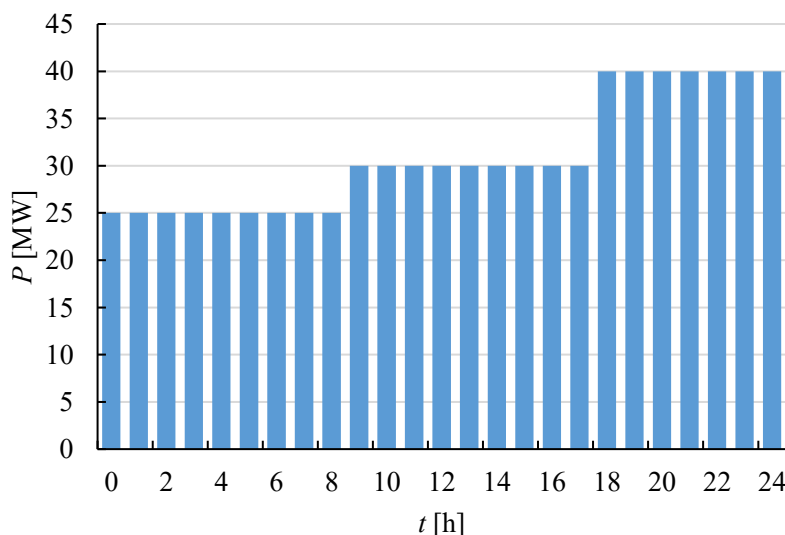
в) Дијаграм за производство на електрична енергија

Слика 3.3 Графики за приказ на работата на хидроелектраната во периодот 22 h – 6 h

Задача 3.16: Корисниот волумен на вода во акумулацијата на една хидроелектрана изнесува $V_0 = 5 \cdot 10^7 \text{ m}^3$. Номиналната моќност на агрегатот изнесува $S_n = 50 \text{ MVA}$, а номиналниот фактор на моќност $\cos\varphi = 0,8$. Моќноста предадена во мрежа се менува според дијаграмот прикажан на Слика 3.4. Коефициентот на полезно дејство на генераторот изнесува $\eta_G = 0,965$, а коефициентот на полезно дејство на турбината е $\eta_T = 0,87$.

а) Да се пресмета волуменот на акумулацијата на крајот на денот ако природниот дотек е $Q = 20 \text{ m}^3/\text{s}$, а нето-висинскиот пад е константен и изнесува $H_n = 100 \text{ m}$.

б) Ако генераторот со кој е спрегната турбината има $2p = 20$ полови, колкава е брзината на вртење на турбината?



Слика 3.4 Моќноста предадена во мрежа од хидроелектраната во текот на еден ден

Решение:

Познати параметри во задачата:

$$V_0 = 5 \cdot 10^7 \text{ m}^3$$

$$S_n = 50 \text{ MVA}$$

$$\cos\varphi = 0,8$$

$$\eta_G = 0,965$$

$$\eta_T = 0,87$$

$$\text{а) } Q = 20 \text{ m}^3/\text{s}, H_n = 100 \text{ m}, V = ?$$

$$\text{б) } 2p = 20 \text{ полови}$$

$$n_n = ?$$

а) Номиналната моќност на агрегатот изнесува:

$$P_n = S_n \cdot \cos\varphi = 50 \cdot 0,8 = 40 \text{ MW}$$

Протокот низ турбината од 0 до 8 часот изнесува:

$$Q_1 = \frac{P_1}{9,81 \cdot H_n \cdot \eta_T \cdot \eta_G} = \frac{25 \cdot 10^3}{9,81 \cdot 100 \cdot 0,87 \cdot 0,965} = 30,35 \text{ m}^3/\text{s}$$

Протокот низ турбината од 8 до 17 часот изнесува:

$$Q_2 = \frac{P_2}{9,81 \cdot H_n \cdot \eta_T \cdot \eta_G} = \frac{30 \cdot 10^3}{9,81 \cdot 100 \cdot 0,87 \cdot 0,965} = 36,43 \text{ m}^3/\text{s}$$

Протокот низ турбината од 17 до 24 часот изнесува:

$$Q_3 = \frac{P_3}{9,81 \cdot H_n \cdot \eta_T \cdot \eta_G} = \frac{40 \cdot 10^3}{9,81 \cdot 100 \cdot 0,87 \cdot 0,965} = 48,57 \text{ m}^3/\text{s}$$

Искористената вода од акумулацијата изнесува:

$$V_\Sigma = Q_1 t_1 + Q_2 t_2 + Q_3 t_3 = (8 \cdot 30,35 + 9 \cdot 36,43 + 7 \cdot 48,57) \cdot 3600 = 3,27 \cdot 10^6 \text{ m}^3$$

Дотечената вода во акумулацијата изнесува:

$$V_{dot} = 24 \cdot 20 \cdot 3600 = 1,728 \cdot 10^6 \text{ m}^3$$

Корисниот волумен на акумулацијата на крајот од денот изнесува:

$$V = V_0 - V_\Sigma + V_{dot} = 5 \cdot 10^7 - 0,327 \cdot 10^7 + 0,1728 \cdot 10^7 = 4,85 \cdot 10^7 \text{ m}^3$$

б) За номинален проток $Q_n = Q_3 = 48,57 \text{ m}^3/\text{s}$ и нето-висински пад $H_n = 100 \text{ m}$, моќноста на оската на турбината изнесува:

$$P_t = \frac{P_G}{\eta_G} = \frac{40}{0,965} = 41,45 \text{ MW}$$

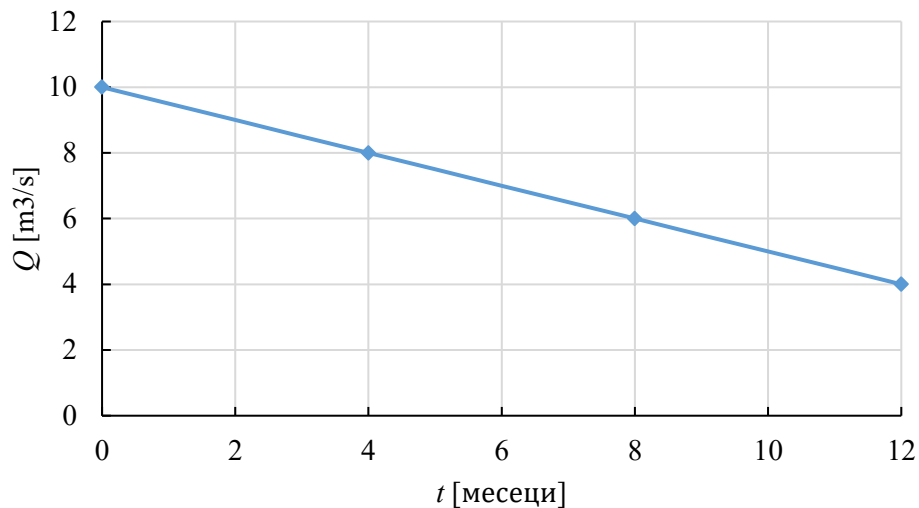
Номиналната брзина на вртење на турбината изнесува:

$$n_n = \frac{60 \cdot f}{p} = \frac{60 \cdot 50}{10} = 300 \text{ vrt/min}$$

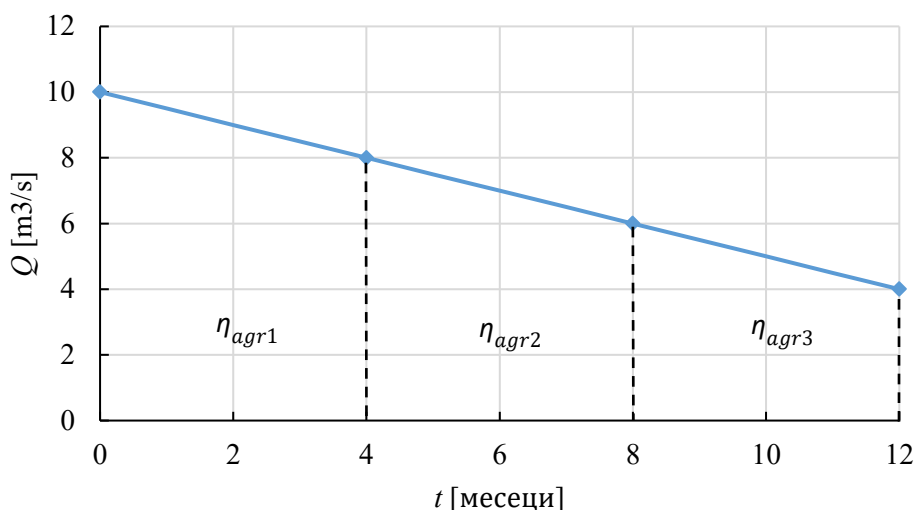
Задача 3.17: Функциската зависност на протокот Q [m^3/s] од времето t [месеци] за една хидроелектрана е зададена со равенката $Q = 10 - t/2$. Инсталираниот проток на хидроелектраната изнесува $Q_i = 8 \text{ m}^3/\text{s}$. Да се пресмета:

а) Колку изнесува произведената електрична енергија, најмалата и најголемата работна точка на моќност на електраната, како и факторот на искористување на капацитетот, ако номиналниот висински пад изнесува $H_n = 50 \text{ m}$. Да се смета дека коефициентот на полезно дејство на агрегатот - η_{agr} е 0,75 и е независен од промената на протокот.

б) Ако коефициентот на полезно дејство на агрегатот η_{agr} е во зависност од протокот, да се пресметаат истите параметри како и во претходната точка. Функциската зависност на η_{agr} е зададена со три константни сегменти (прикажани на



Слика 3.5 Слика 3.5) $\eta_{agr1} = 0,85$; $\eta_{agr2} = 0,86$; $\eta_{agr3} = 0,8$.



Слика 3.5 Зависност на протокот Q [m³/s] од времето t [месец]

Решение:

Познати параметри во задачата:

$$Q[\text{m}^3/\text{s}] = 10 - t/2, t[\text{месечи}]$$

$$Q_i = 8 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$H_n = 50 \text{ m}$$

$$W_{el}, P_{max}, P_{min}, CF = ?$$

$$\text{a) } \eta_{agr} = 0,75$$

$$\text{б) } \eta_{agr1} = 0,85; \eta_{agr2} = 0,86; \eta_{agr3} = 0,8$$

Произведената електрична енергија се пресметува според изразот:

$W_{el} = P_g \cdot t = 9,81 \cdot Q \cdot H_n \cdot \eta_{agr} \cdot t = 9,81 \cdot Q(t) \cdot H_n \cdot \eta_{agr}$, но протокот е во функција од времето и притоа во првите месеци протокот има поголема вредност од инсталираниот:

$$Q_i = 8 \text{ m}^3/\text{s} \Rightarrow t_i = 2(10 - 8) = 4 \text{ месец} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} W_{el} &= 9,81 \cdot 50 \cdot 0,75 \cdot Q(t) = 367,875 \cdot \left[Q_i \cdot t_i + \int_{t_i}^{t=12} \left(10 - \frac{t}{2} \right) dt \right] = 367,875 \cdot \left[8 \cdot 4 + \left(10t - \frac{1}{2} \cdot \frac{t^2}{2} \right) \Big|_4^{12} \right] \\ &= 29430 \text{ kW месечно} = 21,48 \text{ GWh годишно} \end{aligned}$$

Минималната излезна моќност од хидроелектраната ќе се реализира при најмалиот можен проток, кој се случува во 12 месеци:

$$P_{min} = 9,81 \cdot Q(t = 12) \cdot H_n \cdot \eta_{agr} = 9,81 \cdot 4 \cdot 50 \cdot 0,75 = 1471,5 \text{ kW}$$

Спротивно на тоа, максималната излезна моќност од хидроелектраната ќе се реализира при најголемиот можен проток, односно инсталираниот проток:

$$P_{max} = 9,81 \cdot Q_i \cdot H_n \cdot \eta_{agr} = 9,81 \cdot 8 \cdot 50 \cdot 0,75 = 2943 \text{ kW}$$

Факторот на искористување на капацитетот во вакви услови на работа на хидроелектраната изнесува:

$$CF = \frac{W_{el}}{P_{max} \cdot t} = \frac{29430}{2943 \cdot 12} = 0,843$$

б) Во случај кога се менува и коефициентот на полезно дејство на агрегатот, произведената електрична енергија треба да биде збир од производствата во сите три сегменти:

$$\begin{aligned} W_{el} &= 9,81 \cdot H_n \cdot Q(t) \cdot \eta_{agr,i} = 9,81 \cdot 50 \cdot \left[Q_i \cdot t_i \cdot \eta_{agr1} + \eta_{agr2} \int_4^8 \left(10 - \frac{t}{2}\right) dt + \eta_{agr3} \int_8^{12} \left(10 - \frac{t}{2}\right) dt \right] \\ &= 475,5 \cdot \left[8 \cdot 4 \cdot 0,85 + 0,86 \left(10t - \frac{1}{2} \cdot \frac{t^2}{2}\right) \Big|_4^8 + 0,8 \left(10t - \frac{1}{2} \cdot \frac{t^2}{2}\right) \Big|_8^{12} \right] \\ &= 31991,64 \text{ kW месечно} = 23,35 \text{ GWh годишно} \end{aligned}$$

$$P_{min} = 9,81 \cdot Q(t = 12) \cdot H_n \cdot \eta_{agr3} = 9,81 \cdot 4 \cdot 50 \cdot 0,8 = 1569,6 \text{ kW}$$

$$P_{max} = 9,81 \cdot Q_i \cdot H_n \cdot \eta_{agr1} = 9,81 \cdot 8 \cdot 50 \cdot 0,85 = 3335,4 \text{ kW}$$

$$CF = \frac{W_{el}}{P_{max} \cdot t} = \frac{31991,64}{3335,4 \cdot 12} = 0,799$$

4. Енергија на ветерот

Енергијата на ветерот, покрај хидроенергијата, неосетно стана камен-темелник на стратегиите за обновлива енергија низ светот. Ова поглавје ги истражува науката и технологијата за производство на енергија од ветер. Студентите имаат можност да научат за аеродинамиката на турбините на ветер, процената на ресурсите на ветерот и дизајнот и работата на ветерните полиња. Вежбите се дизајнирани да обезбедат практично искуство во пресметување на потенцијалите на енергијата на ветерот, анализа на перформансите на турбините и разбирање на интеграцијата на енергијата од ветерот во електричната мрежа. Со совладување на овие концепти, студентите ќе бидат подготвени да придонесат за унапредување на технологиите и проектите за енергијата на ветерот.

4.1 Прoцена на енергетскиот потенцијал на ветерот

$v_{sr} = \frac{\sum_{i=1}^n v_i}{n}$ – средна брзина на ветерот, ако секоја брзина е регистрирана само по еднаш

$v_{sr} = \frac{\sum_{i=1}^k m_i \cdot v_i}{n}$ – средна брзина на ветерот, доколку некоја брзина е регистрирана m пати

$\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n m_i \cdot (v_i - v_{sr})^2 = Var$ – варијанса

$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$ – стандардна девијација

$p(v_i) = \frac{m_i}{n}, n = \sum_{i=1}^k m_i \Rightarrow \sum_{i=1}^k p(v_i) = 1$ – веројатност на појава на брзина v_i

Функција на кумулативна распределба на брзината на ветерот - $F(v_i)$:

$F(v_i) = p(v \geq v_i)$ - веројатност брзината на ветерот да биде поголема од некоја брзина v_i ;

$F(v_i) = \sum_{j=1}^i p(v_j)$ – сума од веројатностите на сите брзини помали од некоја брзина v_i ;

$p(v_a \leq v \leq v_b) = \sum_{j=a}^b p(v_j)$ – веројатност брзината на ветерот да биде помеѓу определен интервал на брзини $[v_a, v_b]$;

$$F(v) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{v}{c}\right)^k\right]$$

За опишување на кривата на фреквенцијата на појава на брзините на ветерот, се користи:

1) Ваибулова распределба

Ваибулови параметри: k – параметар на форма, c – параметар на распределба

$p(v \geq v_i) = \int_{v_a}^{\infty} f(v) dv = \exp\left[-\left(\frac{v_a}{c}\right)^k\right]$ - веројатност брзината на ветерот да биде помала од некоја брзина v_i ;

$p(v_a \leq v \leq v_b) = \exp\left[-\left(\frac{v_a}{c}\right)^k\right] - \exp\left[-\left(\frac{v_b}{c}\right)^k\right]$ - веројатност брзината на ветерот да биде помеѓу определен интервал на брзини $[v_a, v_b]$;

$f(v) = \frac{k}{c} \left(\frac{v}{c}\right)^{k-1} \exp\left[-\left(\frac{v}{c}\right)^k\right]$ - колкав дел од времето ветерот дувал со брзина v

2) Рејлиева распределба (специјален случај на Ваибуловата распределба):

$f(v) = \frac{\pi}{2} \frac{v}{v_{sr}} \exp\left[-\frac{\pi}{4} \left(\frac{v}{v_{sr}}\right)^2\right]$ - колкав дел од времето ветерот дувал со брзина v

Задача 4.1: На една локација се измерени следните брзини на ветерот: 2, 3, 5, 7, 9, 11 и 12 m/s. Да се пресмета средната брзина на ветерот - v_{sr} и стандардната девијација - σ .

Решение:

Познати параметри во задачата:

Измерени брзини на ветерот

$$n = 7$$

2, 3, 5, 7, 9, 11 и 12 m/s

$$v_{sr} \text{ и } \sigma = ?$$

Средната брзина на ветерот се пресметува едноставно, како аритметичка средина:

$$v_{sr} = \frac{\sum_{i=1}^n v_i}{n} = \frac{2 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 12}{7} = 7 \text{ m/s}$$

За да се пресмета стандардната девијација - σ , прво треба да се пресмета варијансата - σ^2 :

$$Var = \sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n m_i \cdot (v_i - v_{sr})^2 = 15 \text{ m}^2/\text{s}^2 \Rightarrow$$

$$\sigma = \sqrt{15} = 3,87 \text{ m/s}$$

Задача 4.2: На некоја мерна локација се направени 211 мерења на брзината на ветерот, при што распределбата на податоци е прикажана во Табела 4.1):**Табела 4.1: Измерени брзини на ветерот**

$v[\text{m/s}]$	0	1	2	3	4	5	6
Бр. мерења - m_i	0	0	15	42	76	51	27

Да се пресметаат веројатноста на појава на секоја од зададените брзини и функцијата на кумулативна распределба на секоја брзина.

Решение:

Познати параметри во задачата:

Измерени брзини на ветерот

$$n = ?$$

$$p(v_i) = ? \text{ и } F(v_i) = ?$$

Веројатност на појава на секоја од зададените брзини се пресметува според изразот:

$$p(v_i) = \frac{m_i}{n} \Rightarrow$$

$$p(0 \text{ m/s}) = \frac{0}{211} = 0; p(1 \text{ m/s}) = \frac{0}{211} = 0; p(2 \text{ m/s}) = \frac{15}{211} = 0,071 \text{ итн.}$$

Функцијата на кумулативна распределба на секоја брзина изнесува:

$$F(v_i) = \sum_{j=1}^i p(v_j) \Rightarrow$$

$$F(0 \text{ m/s}) = p(0 \text{ m/s}) = 0$$

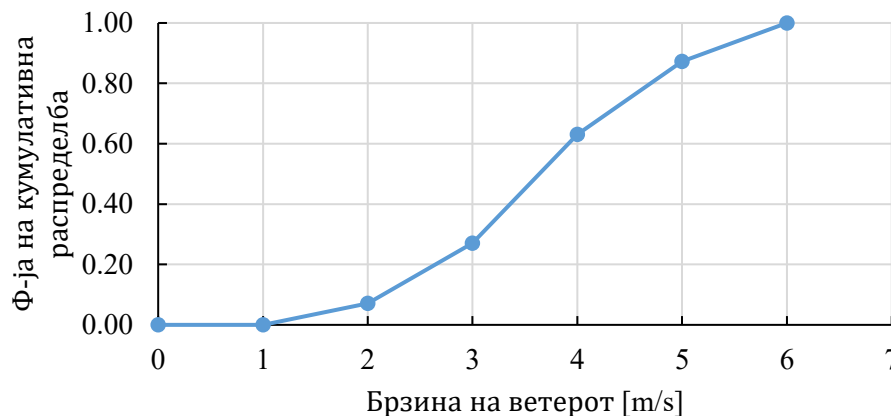
$$F(1 \text{ m/s}) = p(0 \text{ m/s}) + p(1 \text{ m/s}) = 0$$

$$F(2 \text{ m/s}) = p(0 \text{ m/s}) + p(1 \text{ m/s}) + p(2 \text{ m/s}) = 0,071 \text{ и тн.}$$

Сите пресметани податоци се прикажани во Табела 4.2

Табела 4.2 Приказ на пресметки за задача 4.2

$v_i [\text{m/s}]$	m_i	$p(v_i)$	$F(v_i)$
0	0	0	0
1	0	0	0
2	15	0,071	0,071
3	42	0,199	0,270
4	76	0,360	0,630
5	51	0,242	0,872
6	27	0,128	1,000



Слика 4.1 Графички приказ на функцијата на кумулативна распределба на брзините на ветерот

Задача 4.3: Ветерна турбина произведува електрична енергија во опсегот на брзини $v_0 = 4 \text{ m/s}$ и $v_i = 25 \text{ m/s}$. Ветерната турбина е италирана на локација која ги има следните Ваибулови параметри за брзините на ветерот: $k = 2,4$ и $c = 9,8 \text{ m/s}$. Колку часа дневно ветерната турбина ќе произведува електрична енергија? Да се одреди веројатноста брзината на ветерот да биде поголема од 35 m/s на истата локација.

Решение:

Познати параметри во задачата:

$$v_0 = 4 \text{ m/s}$$

$$v_i = 25 \text{ m/s}$$

$$k = 2,4 \text{ и } c = 9,8 \text{ m/s}$$

$$t_d = ? \text{ и } p(v \geq 35 \text{ m/s}) = ?$$

Бројот на часови дневно - t_d , кога ветерната турбина ќе произведува електрична енергија, изнесува:

$$\begin{aligned} t_d &= p(4 \text{ m/s} \leq v \leq 25 \text{ m/s}) \cdot T_d = \left[\exp \left[-\left(\frac{v_a}{c} \right)^k \right] - \exp \left[-\left(\frac{v_b}{c} \right)^k \right] \right] \cdot T_d \\ &= \left[\exp \left[-\left(\frac{4}{9,8} \right)^{2,4} \right] - \exp \left[-\left(\frac{25}{9,8} \right)^{2,4} \right] \right] \cdot 24 \end{aligned}$$

$$t_d = 0,89 \cdot 24 = 21,36 \text{ h}$$

Веројатноста брзината на ветерот да биде поголема од 35 m/s, на оваа локација, изнесува:

$$p(v \geq 35 \text{ m/s}) = \exp \left[-\left(\frac{35}{9,8} \right)^{2,4} \right] = 6,066 \cdot 10^{-10} \approx 0$$

Задача 4.4: За одредена локација, определени се Ваибуловите параметри за брзината на ветерот $k_1 = 1,5$ и $c_1 = 8 \text{ m/s}$. Да се пресметаат вредностите и да се нацртаат функцијата на густина на веројатност - $f_1(v)$ и функцијата на кумулативна распределба на брзините на ветерот - $F_1(v)$.

Како изгледаат функциите $f(v)$ и $F(v)$ во случаи кога Ваибуловите параметри ги имаат вредностите:

а) $k_2 = 4$ и $c_2 = 8 \text{ m/s}$,

б) $k_3 = 1,5$ и $c_3 = 5 \text{ m/s}$,

На ист графикон да се исцртаат функциите на густина на веројатност, а на друг функциите на кумулативна распределба. Притоа, чекорот на семплирање на брзините на ветерот да биде 1 m/s, за интервал помеѓу [0 m/s; 40 m/s].

Решение:

Познати параметри во задачата:

I: $k_1 = 1,5$ и $c_1 = 8 \text{ m/s}$

II: $k_2 = 4$ и $c_2 = 8 \text{ m/s}$

III: $k_3 = 1,5$ и $c_3 = 5 \text{ m/s}$ график за $f(v)$ и $F(v)$

Функцијата на густина на веројатност - $f(v)$ се пресметува според следниот израз:

$$f(v) = \frac{k}{c} \left(\frac{v}{c}\right)^{k-1} \exp\left[-\left(\frac{v}{c}\right)^k\right],$$

а функцијата на кумулативна распределба - $F(v)$ според изразот:

$$F(v) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{v}{c}\right)^k\right]$$

За првата локација, пресметките се прават според следните две формули:

$$f_1(v) = \frac{1,5}{8} \left(\frac{v}{8}\right)^{0,5} \exp\left[-\left(\frac{v}{8}\right)^{1,5}\right]$$

$$F_1(v) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{v}{8}\right)^{1,5}\right]$$

За параметрите дефинирани под а), важи:

$$f_2(v) = \frac{4}{8} \left(\frac{v}{8}\right)^3 \exp\left[-\left(\frac{v}{8}\right)^4\right]$$

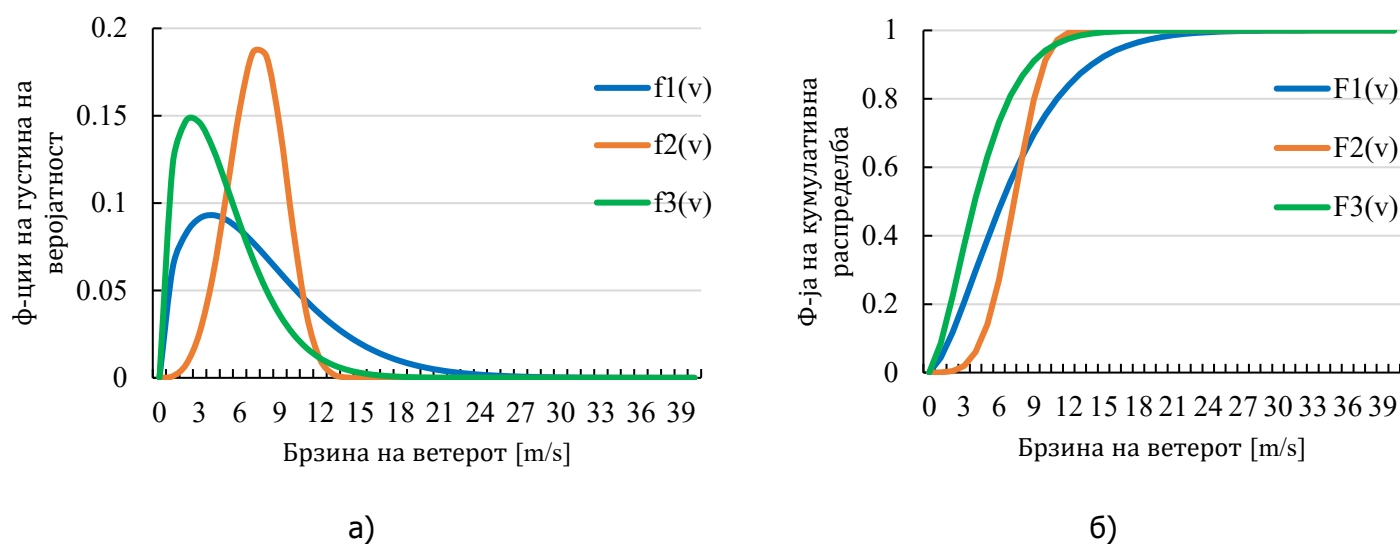
$$F_2(v) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{v}{8}\right)^4\right]$$

За параметрите дефинирани под б), важи:

$$f_2(v) = \frac{1,5}{5} \left(\frac{v}{5}\right)^{0,5} \exp\left[-\left(\frac{v}{5}\right)^4\right]$$

$$F_2(v) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{v}{5}\right)^{1,5}\right]$$

Резултатите се прикажани во Табела 4.3. НаСлика **4.2 а) Функција на густина на веројатност $f(v)$ и б) функција на кумулативна распределба $F(v)$** Слика 4.2, под а) исцртани функциите на густина на веројатност на брзините на ветерот, а под б) функциите на кумулативна распределба.



Слика 4.2 а) Функција на густина на веројатност $f(v)$ и б) функција на кумулативна распределба $F(v)$

Табела 4.3 Пресметки за задача 4.4

v [m/s]	$f_1(v)$		$f_2(v)$	$F_2(v)$	$f_3(v)$	$F_3(v)$
0	0	0	0	0	0	0
1	0,063	0,043	0,001	0,000	0,123	0,086
2	0,083	0,118	0,008	0,004	0,147	0,224

3	0,091	0,205	0,026	0,020	0,146	0,372
4	0,093	0,298	0,059	0,061	0,131	0,511
5	0,090	0,390	0,105	0,142	0,110	0,632
6	0,085	0,478	0,154	0,271	0,088	0,731
7	0,077	0,559	0,186	0,444	0,068	0,809
8	0,069	0,632	0,184	0,632	0,050	0,868
9	0,060	0,697	0,143	0,798	0,036	0,911
10	0,052	0,753	0,085	0,913	0,025	0,941
11	0,044	0,801	0,036	0,972	0,017	0,962
12	0,037	0,841	0,011	0,994	0,011	0,976
13	0,030	0,874	0,002	0,999	0,007	0,985
14	0,024	0,901	0,000	1,000	0,005	0,991
15	0,020	0,923	0,000	1,000	0,003	0,994
16	0,016	0,941	0,000	1,000	0,002	0,997
17	0,012	0,955	0,000	1,000	0,001	0,998
18	0,010	0,966	0,000	1,000	0,001	0,999
19	0,007	0,974	0,000	1,000	0,000	0,999
20	0,006	0,981	0,000	1,000	0,000	1,000
21	0,004	0,986	0,000	1,000	0,000	1,000
22	0,003	0,990	0,000	1,000	0,000	1,000
23	0,002	0,992	0,000	1,000	0,000	1,000
24	0,002	0,994	0,000	1,000	0,000	1,000
25	0,001	0,996	0,000	1,000	0,000	1,000
26	0,001	0,997	0,000	1,000	0,000	1,000
27	0,001	0,998	0,000	1,000	0,000	1,000
28	0,001	0,999	0,000	1,000	0,000	1,000
29	0,000	0,999	0,000	1,000	0,000	1,000
30	0,000	0,999	0,000	1,000	0,000	1,000
31	0,000	1,000	0,000	1,000	0,000	1,000
32	0,000	1,000	0,000	1,000	0,000	1,000
33	0,000	1,000	0,000	1,000	0,000	1,000
34	0,000	1,000	0,000	1,000	0,000	1,000
35	0,000	1,000	0,000	1,000	0,000	1,000
36	0,000	1,000	0,000	1,000	0,000	1,000
37	0,000	1,000	0,000	1,000	0,000	1,000
38	0,000	1,000	0,000	1,000	0,000	1,000
39	0,000	1,000	0,000	1,000	0,000	1,000
40	0,000	1,000	0,000	1,000	0,000	1,000

Од прикажаните резултати се заклучува дека:

- при $k_1 = 1,5$ и $c_1 = 8$ m/s, најфреквентна брзина е 4 m/s, која се појавува 9,3 % од вкупното време на мерење на брзините на ветерот;
- при $k_2 = 4$ и $c_2 = 8$ m/s, најфреквентна брзина е 7 m/s, која се појавува 18,6 % од вкупното време на мерење на брзините на ветерот;

- при $k_3 = 1,5$ и $c_3 = 5$ m/s, најфреквентна брзина е 2 m/s, која се појавува 14,7 % од вкупното време на мерење на брзините на ветерот.

За попрецизно оценување на најфреквентната брзина, може да се користи и релацијата:

$$v_{Fmax} = c \left(\frac{k-1}{k} \right)^{1/k} \Rightarrow$$

$$\text{За } k_1 = 1,5 \text{ и } c_1 = 8 \text{ m/s} \Rightarrow v_{Fmax1} = 8 \left(\frac{1,5-1}{1,5} \right)^{1/1,5} = 3,846 \text{ m/s}$$

$$\text{За } k_2 = 4 \text{ и } c_2 = 8 \text{ m/s} \Rightarrow v_{Fmax2} = 8 \left(\frac{4-1}{4} \right)^{1/4} = 7,445 \text{ m/s}$$

$$\text{За } k_3 = 1,5 \text{ и } c_3 = 5 \text{ m/s} \Rightarrow v_{Fmax3} = 5 \left(\frac{1,5-1}{1,5} \right)^{1/1,5} = 2,404 \text{ m/s.}$$

Задача 4.5: За дадена област извршени се 600 мерења за брзината на ветерот. Резултатите се прикажани во Табела 4.4:

Табела 4.4 Податоци за задача 4.5

$v[\text{m/s}]$	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
m_i	69	80	168	137	85	38	17	5	1	0

а) Да се пресметаат Ваибуловите параметри на брзината на ветерот - k и c со методот на линеарна регресија.

б) Да се пресмета најфреквентната брзина - v_{Fmax} .

Решение:

Познати параметри во задачата:

$n = 600$ мерења

а) k и $c = ?$ преку линеарна регресија $y = ax + b$

б) $v_{Fmax} = ?$

а) Бидејќи во задачата е нагласено Ваибуловите параметри да се пресметаат според линеарна регресија, се заклучува дека парот влезни податоци треба да има линеарна зависност, од типот: $y = ax + b$.

Тргувајќи од функцијата за кумулативна распределба:

$$F(v) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{v}{c} \right)^k \right] \Leftrightarrow \exp \left[- \left(\frac{v}{c} \right)^k \right] = 1 - F(v) / \ln \Leftrightarrow$$

$$- \left(\frac{v}{c} \right)^k = \ln (1 - F(v)) / \ln \Leftrightarrow k(\ln v - \ln c) = \ln [-\ln (1 - F(v))] \Rightarrow$$

Споредувајќи го последниот израз, со линеарната зависност се заклучува дека $y = k \ln v - k \ln c$, па оттука се разложуваат компонентите и се добива системот:

$$\begin{cases} x = \ln v \\ a = k, \text{ а и } b \text{ ќе се определат преку методот на најмали квадрати.} \\ b = -k \ln c \end{cases}$$

Функцијата која треба да се минимизира е:

$$F = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \cdot p_i \xrightarrow{\min}, \text{ каде што } \hat{y}_i = ax_i + b, \text{ е апроксимативната вредност.}$$

$F = \sum_{i=1}^n (y_i - ax_i - b)^2 \cdot p_i$, минимизацијата се остварува со изедначување на првите изводи на функцијата по непознатите a и b , со 0:

$$\begin{cases} \frac{\partial F}{\partial b} = 0 = \sum_{i=1}^n (-2) \cdot p_i (y_i - ax_i - b) \\ \frac{\partial F}{\partial a} = 0 = \sum_{i=1}^n (-2) \cdot p_i x_i (y_i - ax_i - b) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \sum_{i=1}^n p_i \cdot x_i + b \sum_{i=1}^n p_i = \sum_{i=1}^n p_i \cdot y_i \\ a \sum_{i=1}^n p_i \cdot x_i^2 + b \sum_{i=1}^n p_i \cdot x_i = \sum_{i=1}^n p_i \cdot y_i \cdot x_i \end{cases}$$

Вредностите кои се потребни за да се реши овој систем од две равенки со две непознати се прикажани во Табела 4.5:

Табела 4.5 Пресметки за задача 4.5

v [m/s]	m_i	$p(v_i)$	$F(v_i)$	y_i	x_i	$p_i \cdot x_i$	$p_i \cdot x_i^2$	$p_i \cdot y_i$	$p_i \cdot x_i \cdot y_i$
2	69	0,115	0,115	-2,102	0,693	0,079	0,055	-0,242	-0,168
4	80	0,133	0,248	-1,254	1,386	0,184	0,256	-0,167	-0,232
6	168	0,28	0,528	-0,286	1,791	0,502	0,899	-0,08	-0,143
8	137	0,228	0,757	0,346	2,079	0,475	0,987	0,079	0,164
10	85	0,142	0,898	0,827	2,303	0,326	0,751	0,117	0,269
12	38	0,063	0,962	1,182	2,485	0,157	0,391	0,075	0,186
14	17	0,028	0,99	1,527	2,639	0,075	0,197	0,043	0,114
16	5	0,008	0,998	1,855	2,773	0,023	0,064	0,015	0,043
18	1	0,0017	1	3,604	2,890	0,005	0,014	0,006	0,017
20	0	0	1	3,604	2,996	0	0	0	0
ВКУПНО	600	1				1,827	3,615	-0,153	0,252

Изгледот на системот равенки, откако се извршени калкулациите, е:

$$b \begin{cases} 1,8273a + b = -0,1532 \\ 3,6152a + 0,18273b = 0,2518 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1,9257 = k \\ b = -3,6721 = \end{cases}$$

$$b = -k \ln c \Rightarrow \ln c = -\frac{b}{k} \Rightarrow c = 6,732 \text{ m/s}$$

б) Најфреквентната брзина изнесува:

$$v_{Fmax} = c \left(\frac{k-1}{k} \right)^{1/k} = 6,732 \left(\frac{1,926-1}{1,926} \right)^{1/1,926} = 5,99 \text{ m/s}$$

Задача 4.6: За одредено подрачје познати се параметрите на Ваибуловата распределба на брзините на ветерот: $c = 7,66 \text{ m/s}$ и $k = 2,42$. За истиот период кога се пресметани овие параметри пресметана е и средната брзина на ветерот, која изнесува $v_{sr} = 6,65 \text{ m/s}$. Да се определи веројатноста $p(v \geq v_a)$, v_a – дадено е во Табела 4.6, според Ваибуловата и според Рејлиевата функција на распределба.

Табела 4.6 Податоци за задача 4.6

$v_a [\text{m/s}]$	2,5	5	7,5	10	12,5	15	17,5	20
--------------------	-----	---	-----	----	------	----	------	----

Решение:

Познати параметри во задачата:

$$k = 2,42$$

$$c = 7,66 \text{ m/s}$$

а) k и c =? преку линеарна регресија $y = ax + b$

$$\text{б) } v_{Fmax} = ?$$

Од Ваибуловата функција на распределба важи:

$$p(v \geq v_i) = \exp \left[- \left(\frac{v_i}{c} \right)^k \right]$$

– веројатност на брзината на ветерот да биде поголема од некоја брзина v_i ;

$$f(v) = \frac{k}{c} \left(\frac{v}{c} \right)^{k-1} \exp \left[- \left(\frac{v}{c} \right)^k \right] - \text{колкав дел од времето ветерот дувал со брзина } v$$

Од Рејлиевата функција на распределба (која е специјален случај на Ваибуловата распределба) важи:

$$p(v \geq v_i) = \exp \left[- \frac{\pi}{4} \left(\frac{v}{v_{sr}} \right)^2 \right]$$

– веројатност на брзината на ветерот да биде поголема од некоја брзина v_i ;

$$f(v) = \frac{\pi}{2} \frac{v}{v_{sr}} \exp \left[- \frac{\pi}{4} \left(\frac{v}{v_{sr}} \right)^2 \right] - \text{колкав дел од времето ветерот дувал со брзина } v$$

Пресметките за веројатноста на појавување на брзините на ветерот, според двете функциски распределби, се прикажани во Табела 4.7:

Табела 4.7 Пресметки за задача 4.6

$v_a [\text{m/s}]$	2,5	5	7,5	10	12,5	15	17,5	20
--------------------	-----	---	-----	----	------	----	------	----

P_B	0,93561	0,700344	0,386664	0,148646	0,037966	0,006188	0,000621	3,71E-05
P_P	0,89464	0,640605	0,367137	0,168408	0,061829	0,018168	0,004273	0,000804

Од резултатите прикажани во табелата се гледа дека за вредност на $k = 2,42$, Рејлиевата функциска распределба на брзините на ветерот дава поточни резултати.

Задача 4.7: На една локација е утврдена просечна брзина на ветерот од 10 m/s, според Рејлиевата распределба. Доколку на таа локација се постави ветерна турбина со брзина на вклучување 4 m/s, номинална брзина 14 m/s и брзина на исклучување 25 m/s, да се пресмета колку време годишно ветерната турбина нема да произведува електрична енергија.

Решение:

Познати параметри во задачата:

Рејлиева распределба

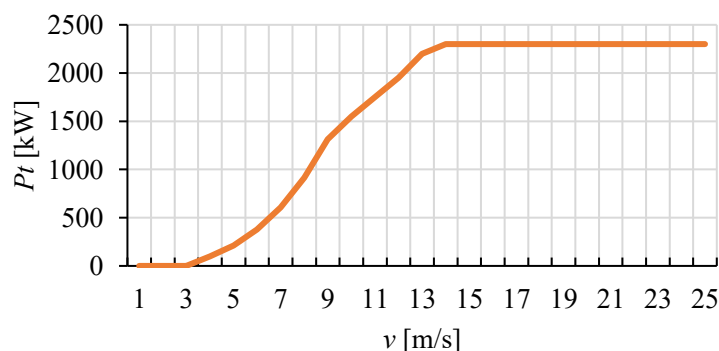
$$v_{sr} = 10 \text{ m/s}$$

$$v_{cutin} = 4 \text{ m/s}$$

$$v_n = 14 \text{ m/s}$$

$$v_{cutout} = 25 \text{ m/s}$$

$$t_{out} = ?$$



Слика 4.3 Крива на моќност на ветерната турбина за задача 4.8

Потребно е да се пресмета колку време од годината ветерна турбина, со наведените параметри, нема да работи- $t_{out} = ?$

Бидејќи се дадени само податоци за карактеристичните брзини на работа на ветерната турбина и средната брзина на ветерот, пресметана според Рејлиевата распределба, се пристапува кон формулирање на проблемот на следниот начин:

$$t_{out} = F \cdot T_{god},$$

каде што:

F е функција која треба да се дефинира, а со која ќе се пресметаат периодите кога ветерната турбина не работи,

$T_{god} = 8760$ h - вкупниот број на часови годишно.

Функцијата за пресметка на неоперативните периоди се дефинира според тоа доколку сумата на фреквенциската зачестеност на сите брзини во текот на една година е 1, па од тоа се одземат оперативните периоди:

$$\sum_{i=1}^n f(v_i) = 1 \Rightarrow$$

$$F = 1 - \int_{v_{cutin}}^{v_{cutout}} f(v) dv$$

Според Рејлиевата функција на распределба на брзините на ветерот важи следниот израз:

$$f(v) = \frac{2v}{c^2} e^{-\left(\frac{v}{c}\right)^2}$$

За факторот на скалирање важи:

$$c = \frac{2v_{sr}}{\sqrt{\pi}} \Rightarrow$$

$$F = 1 - \int_{v_{cutin}}^{v_{cutout}} \frac{2v}{c^2} e^{-\left(\frac{v}{c}\right)^2} dv = \left[\begin{array}{l} \text{смена:} \\ \left(\frac{v}{c}\right)^2 = x' \\ \frac{1}{c^2} 2v dv = dx \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$F = 1 - \int_{x_1}^{x_2} e^{-x} dx = 1 + e^{-x} \Big|_{x_1}^{x_2}, \text{ потребно е да се определат границите } x_1 \text{ и } x_2 \Rightarrow$$

$$x = \left(\frac{v}{c}\right)^2 = \left(\frac{v}{\frac{2v_{sr}}{\sqrt{\pi}}}\right)^2 = \frac{v^2 \cdot \pi}{4 \cdot v_{sr}^2} \Rightarrow$$

$$\text{при } v_{cutin} = 4 \text{ m/s} \Rightarrow x_1 = \frac{v_{cutin}^2 \cdot \pi}{4 \cdot v_{sr}^2} = \frac{4^2 \cdot \pi}{4 \cdot 10^2} = \frac{4\pi}{100} = 0,126$$

$$\text{при } v_{cutout} = 25 \text{ m/s} \Rightarrow x_2 = \frac{v_{cutout}^2 \cdot \pi}{4 \cdot v_{sr}^2} = \frac{25^2 \cdot \pi}{4 \cdot 10^2} = \frac{625\pi}{400} = 4,91$$

$$F = 1 + e^{-x} \Big|_{x_1}^{x_2} = 1 + e^{-4,91} - e^{-0,126} = 0,125 \Rightarrow$$

За вкупниот број на часови кога оваа ветерна турбина нема да работи се добива:

$$t_{out} = F \cdot T_{god} = 0,125 \cdot 8760 = 1095 \text{ h/год.}$$

Задача 4.8: Да се пресмета просечната вредност на специфичната моќност на ветерот $[W/m^2]$, на годишно ниво, ако просечната брзина на ветерот изнесува 8 m/s. При пресметките да се

примени Ваибуловата распределба со параметри $k = 1,8$ и $c = 8 \text{ m/s}$ и чекор на семплирање $\Delta v = 5 \text{ m/s}$.

Решение:

Познати параметри во задачата:

$$v_{sr} = 8 \text{ m/s}$$

$$k = 1,8$$

$$c = 8 \text{ m/s}$$

$$\Delta v = 5 \text{ m/s}$$

$$\bar{P} [W/m^2] = ?$$

Функцијата на густината на веројатност според Ваибуловата распределба се пресметува според изразот:

$$f(v) = \Delta v \frac{k}{c} \left(\frac{v}{c}\right)^{k-1} \exp\left[-\left(\frac{v}{c}\right)^k\right] = 5 \cdot \frac{1,8}{8} \left(\frac{v}{8}\right)^{0,8} \exp\left[-\left(\frac{v}{8}\right)^{1,8}\right]$$

Специфичната моќност на ветерот се определува од:

$$P = \frac{1}{2} \rho v^3 A \Rightarrow \bar{P} = \frac{P}{A} = \frac{1}{2} \rho v^3$$

Табела 4.8 Пресметки за задача 4.7

		Ваибулова распределба		Кумулативна распределба на $\bar{P}$	
$\Delta v [\text{m/s}]$	$v [\text{m/s}]$	$f(v)$	$f(v) \cdot t$	$\bar{P} [W/m^2]$	$\bar{P} \cdot f(v)$
0-5	2,5	0,39	3435,71	9,57	3,75
5-10	7,5	0,44	3842,12	258,40	113,33
10-15	12,5	0,17	1509,95	1196,29	206,20
15-20	17,5	0,04	308,04	3282,62	115,43
20-25	22,5	0,00	36,26	6976,76	28,88
25-30	27,5	0,00	2,59	12738,09	3,77
30-35	32,5	0,00	0,12	21025,98	0,28
Вкупно	/	/	1,04*	9134,78	/
					471,65

* Се прави грешка поради заокружување во пресметките и широкиот чекор на семплирање

4.2 Енергетски карактеристики на ветерни турбини

$$E_k = \frac{m \cdot v^2}{2} \quad - \text{кинетичка енергија на ветерот}$$

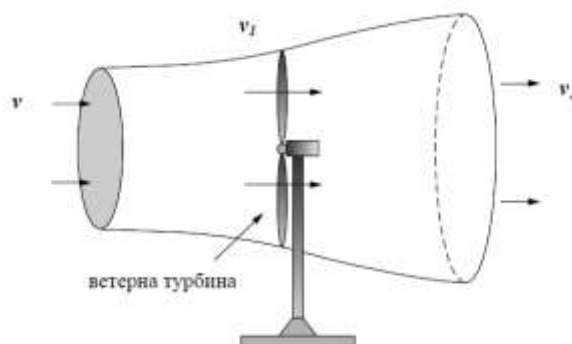
$m' = \rho \cdot V' = \rho \cdot A \cdot v$ [kg/s] – маса на ветерот во единица време

$V' = A \cdot v$ [m³/s] – волумен на ветерот во единица време

ρ – густина на воздухот, во просек $\rho = 1,225$ kg/m³

$$E_k = \frac{m \cdot v^2}{2} = \frac{m' \cdot t \cdot v^2}{2} = \frac{\rho \cdot A \cdot v^3 \cdot t}{2}$$

$$P_V = \frac{E_k}{t} = \frac{1}{2} \rho \cdot A \cdot v^3$$
 [W] – моќност на ветерот



Слика 4.4 Искористување на кинетичката енергија на ветерот во ветерна турбина

Моќноста која се предава на осовината на ветерната турбина: $P_{meh} = \frac{1}{2} \rho \cdot A \cdot v_1 (v^2 - v_2^2)$.

Ако се направи претпоставка дека брзината на ветерот кога поминува низ елисата (v_1) е еднаква на средната вредност на брзините пред и по турбината, тогаш механичката моќност која се добива може да се напише како:

$$P_{meh} = \frac{1}{2} \rho \cdot A \cdot \left(\frac{v + v_2}{2} \right) (v^2 - v_2^2)$$

Ако се воведо замената $\lambda = \frac{v_2}{v}$, тогаш:

$$P_{meh} = \frac{1}{2} \rho \cdot A \cdot \left(\frac{v + \lambda v}{2} \right) (v^2 - v^2 \lambda^2) = \frac{1}{2} \rho \cdot A \cdot v^3 \left[\frac{1}{2} (1 + \lambda)(1 - \lambda^2) \right]$$

Изразот во средните загради покажува колкав дел од вкупната моќност на ветерот (P_V) може да се прифати од турбината, т.е. ја покажува нејзината ефикасност:

$$\text{Ефикасност на турбината: } C_p = \frac{1}{2} (1 + \lambda)(1 - \lambda^2) \Rightarrow$$

Сега, моќноста која ѝ се предава на ветерната турбина може да се запише како:

$$P_{meh} = \frac{1}{2} \rho \cdot A \cdot v^3 \cdot C_p$$

$$v = v_{ref} \frac{\ln\left(\frac{h}{h_0}\right)}{\ln\left(\frac{h_{ref}}{h_0}\right)} - \text{вертикална распределба на брзината на ветерот каде што:}$$

v - брзина на ветерот на висина h ; v_{ref} - брзина на ветерот на позната висина h_{ref} ; h_0 - висина на нерамност на земјата.

За секоја ветерна турбина, кога се познати податоци за: брзината на вклучување - $v_{cut\ in}$, брзината при која се постигнува номинална излезна моќност - v_n и брзината на исклучување - $v_{cut\ out}$, може да се пресмета излезната моќност од турбината за брзини во интервалот $v_{cut\ in} \leq v \leq v_n$, според формулата:

$$P_i = P_n \left(\frac{v^3 - v_{cut\ in}^3}{v_n^3 - v_{cut\ in}^3} \right)$$

За брзини во интервалот $v_n \leq v \leq v_{cut\ out} \Rightarrow P = P_n$.

Задача 4.9: Ветер струи со брзина $v = 72 \text{ km/h}$. Ако активната површина на некоја ветерна турбина е $A = 100 \text{ m}^2$, густината на воздухот е $\rho = 1,225 \text{ kg/m}^3$, да се определи:

- Моќноста на ветерот;
- Брзината на ветерот на излез од ветерната турбина за да се добие максимална ефикасна трансформација на кинетичката енергија на ветерот во механичка енергија;
- Моќноста на осовината на турбината и електричната моќност што може да се добие од ветерната турбина ако механичкиот коефициент на корисно дејство е $\eta_{meh} = 0,65$, а на генераторот е $\eta_g = 0,85$.

Решение:

Познати параметри во задачата:

$$v = 72 \text{ km/h}$$

$$A = 100 \text{ m}^2$$

$$\rho = 1,225 \text{ kg/m}^3$$

$$\text{a) } P_v = ?$$

$$\text{б) } v_2 = ?$$

$$\text{в) } \eta_{meh} = 0,65, \eta_g = 0,85 \Rightarrow P_{meh,t}, P_{el} = ?$$

а)

$$E_k = \frac{m \cdot v^2}{2} = \frac{m' \cdot t \cdot v^2}{2} = \frac{\rho \cdot A \cdot v^3 \cdot t}{2}, \quad m' = \rho \cdot V' = \rho \cdot A \cdot v$$

$$v = 72 \cdot \frac{1000}{3600} = 20 \text{ m/s}$$

$$P_V = \frac{E_k}{t} = \frac{1}{2} \rho \cdot A \cdot v^3 = \frac{1}{2} 1,225 \cdot 100 \cdot 20^3 = 490000 \text{ W} = 490 \text{ kW}$$

б) Од Слика 4.4=> брзината v_2 се бара

$$E_{meh} = E_{in} - E_{out}$$

$$E_{in} = \frac{1}{2} m' \cdot t \cdot v^2 = \frac{1}{2} \rho \cdot V' \cdot t \cdot v^2$$

$$E_{out} = \frac{1}{2} m' \cdot t \cdot v_2^2 = \frac{1}{2} \rho \cdot V' \cdot t \cdot v_2^2$$

$$E_{meh} = \frac{1}{2} \rho \cdot V' \cdot t (v^2 - v_2^2)$$

Волуменот на ветерот во единица време

$$V' = A \cdot v_{sr} = A \frac{v+v_2}{2}$$

Механичката моќност која ѝ се предава на ветерната турбина може да се запише како:

$$P_{meh} = \frac{E_{meh}}{t} = \frac{1}{2} \rho \cdot A (v^2 - v_2^2) \cdot \left(\frac{v+v_2}{2} \right)$$

За да се добие максимална ефикасна трансформација на кинетичката енергија на ветерот во механичка енергија, се бара прв извод од механичката моќност по v_2 и се изедначува со нула:

$$\frac{dP_{meh}}{dv_2} = 0 \Leftrightarrow \frac{dP_{meh}}{dv_2} = \frac{1}{4} \rho \cdot A [-2 \cdot v_2 (v + v_2) + (v^2 - v_2^2)] = 0 \Leftrightarrow$$

$$-2 \cdot v_2 (v + v_2) + (v^2 - v_2^2) = 0 \Leftrightarrow 3v_2^2 + 2 \cdot v_2 \cdot v - v^2 = 0 \Rightarrow$$

$$v_{2I,II} = \frac{-2v \pm \sqrt{4 \cdot v^2 + 12 \cdot v^2}}{6} = \frac{-2 \cdot v \pm 4 \cdot v}{6} \Rightarrow v_2 = \frac{v}{3}$$

в) Моќноста на осовината на турбината:

$$P_{meh,t} = \frac{1}{2} \rho \cdot A \left(v^2 - \frac{v^2}{9} \right) \cdot \left(\frac{v+\frac{v}{3}}{2} \right) \cdot \eta_{meh} = \frac{1}{4} \rho \cdot A \cdot \frac{8v^2}{9} \cdot \frac{4v}{3} \cdot \eta_{meh} = \frac{8}{27} \rho \cdot A \cdot v^3 \cdot \eta_{meh} = \frac{16}{27} \cdot P_V \cdot \eta_{meh}$$

$$P_{meh} = \frac{16}{27} \cdot 490 \cdot 0,65 [\text{kW}] = 188,74 \text{ kW}$$

Електричната моќност што може да се добие од ветерната турбина:

$$P_{el} = P_{meh} \cdot \eta_g = 188,74 \cdot 0,85 = 160,42 \text{ kW}$$

Задача 4.10: Дијаметарот на роторот на една ветерна турбина е 20 m, механичкиот коефициент на корисно дејство е $\eta_{meh} = 0,65$, на генераторот е $\eta_g = 0,85$ и густината на воздухот се зема дека е $\rho = 1,225 \text{ kg/m}^3$.

а) Да се пресмета електричната моќност ако брзината на ветерот е 20 m/s.

- б) Колку треба да изнесува дијаметарот на колото на ветерната турбина за при брзина на ветерот од $v_1 = 36 \text{ km/h}$ да развие иста моќност на краевите на генераторот како под а)?
- в) Колку електрични печки со моќност $P_{\Pi} = 2 \text{ kW}$ можат да се напојуваат од оваа ветерна турбина?

Решение:

Познати параметри во задачата:

$$D = 20 \text{ m}$$

$$\eta_{meh} = 0,65$$

$$\eta_g = 0,85$$

$$\rho = 1,225 \text{ kg/m}^3$$

$$\text{а) при } v = 20 \text{ m/s} \Rightarrow P_{el} = ?$$

$$\text{б) при } v_1 = 36 \text{ km/h и } P_{el1} = P_{el2} \Rightarrow D_2 = ?$$

$$\text{в) } n_{\text{печки}} = ? \text{ ако } P_{\Pi} = 2 \text{ kW}$$

а) Електричната моќност која може да се добие од ветерната турбина при брзина на ветерот од 20 m/s изнесува:

$$P_{el} = \frac{8}{27} \rho A v^3 \eta_{meh} \eta_g = \frac{8}{27} \cdot 1,225 \cdot \frac{20^2 \pi}{4} \cdot 20^3 \cdot 0,65 \cdot 0,85 = 504004,5 \text{ W} \approx 504 \text{ kW}$$

б) Дијаметарот на друга ветерна турбина, која треба да произведе исто количество на електрична енергија, се пресметува на следниот начин:

$$P_{el1} = P_{el2} \Leftrightarrow \frac{8}{27} \rho \cdot A_1 \cdot v_1^3 \cdot \eta_{meh} \cdot \eta_g = \frac{8}{27} \rho \cdot A_2 \cdot v_2^3 \cdot \eta_{meh} \cdot \eta_g \Leftrightarrow$$

$$A_1 \cdot v_1^3 = A_2 \cdot v_2^3 \Leftrightarrow D_1^2 \cdot \pi^4 \cdot v_1^3 = D_2^2 \cdot \pi^4 \cdot v_2^3 \Rightarrow D_2 = D_1 \sqrt{\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^3} = 20 \sqrt{\left(\frac{20}{10}\right)^3}$$

$$D_2 = 20\sqrt{8} = 56,57 \text{ m}$$

в) Бројот на печки што може да се напојуваат од оваа ветерна турбина изнесува:

$$P_{el} = n \cdot P_{\Pi} \Rightarrow n = \frac{P_{el}}{P_{\Pi}} = \frac{504}{2} = 252 \text{ печки}$$

Задача 4.11: За турбина со инсталирана моќност $P_n = 2 \text{ MW}$, познати се: брзина на вклучување $v_{cut \text{ in}} = 3,5 \text{ m/s}$, брзина при која се постигнува номинална излезна моќност $v_n = 13 \text{ m/s}$ и брзина на исклучување $v_{cut \text{ out}} = 25 \text{ m/s}$. Да се конструира кривата на моќност на оваа ветерна турбина.

Решение:

Познати параметри во задачата:

$$P_n = 2 \text{ MW}$$

$$v_{cut \text{ in}} = 3,5 \text{ m/s}$$

$$v_n = 13 \text{ m/s}$$

$$v_{cut \text{ out}} = 25 \text{ m/s}$$

Крива на моќност

Кривата на моќност може да се анализира дека е составена од два т.н. региони:

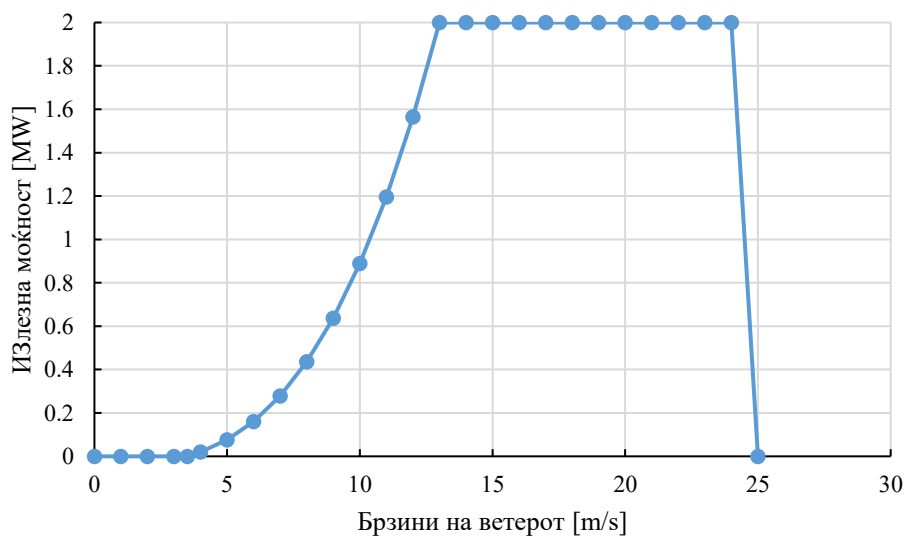
- регион 1, кој започнува над брзината на вклучување - $v_{cut \text{ in}}$ и трае сè до брзина при која се постигнува номинална излезна моќност - v_n , при што излезната моќност е променлива и се пресметува според изразот:

$$P_i = P_n \left(\frac{v^3 - v_{cut \text{ in}}^3}{v_n^3 - v_{cut \text{ in}}^3} \right) = 2 \left(\frac{v^3 - 3,5^3}{13^3 - 3,5^3} \right)$$

Податоците добиени за овие брзини на ветерот во интервалот $[3,5; 13]$ со чекор на семплирање 1 m/s , се прикажани во Табела 4.9:

Табела 4.9 Пресметани излезни моќности од ветерна турбина за задача 4.11

$v_i [\text{m/s}]$	3,5	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$P_i [\text{MW}]$	0	0,02	0,08	0,16	0,28	0,44	0,64	0,89	1,20	1,56	2



Слика 4.5 Изглед на крива на моќност за ветерна турбина за задача 4.11

Задача 4.12: Еден ветрогенератор има инсталирана моќност 1000 kW. Просечната брзина на ветерот изнесува 5 m/s. Колку треба да изнесува минималниот дијаметар на роторот на турбината за да може ветрогенераторот постојано да е во погон? Да се земе предвид дека максималната вредност на ефикасноста на ветерната турбина изнесува 0,59.

Решение:

Познати параметри во задачата:

$$P = 1000 \text{ kW}$$

$$v = 5 \text{ m/s}$$

$$\text{при } C_p = 0,59, D = ?$$

Дијаметарот на ветерната турбина - D фигурира во изразот за површината на роторот:

$$A = \frac{D^2}{4} \pi,$$

а вредноста на површината може да се определи од изразот за излезната моќност од ветерната турбина:

$$P = \frac{1}{2} \rho v^3 C_p A \Rightarrow A = \frac{2P}{\rho v^3 C_p} = \frac{2 \cdot 1000 \cdot 1000}{1,225 \cdot 5^3 \cdot 0,59} = 22137,7 \text{ m}^2$$

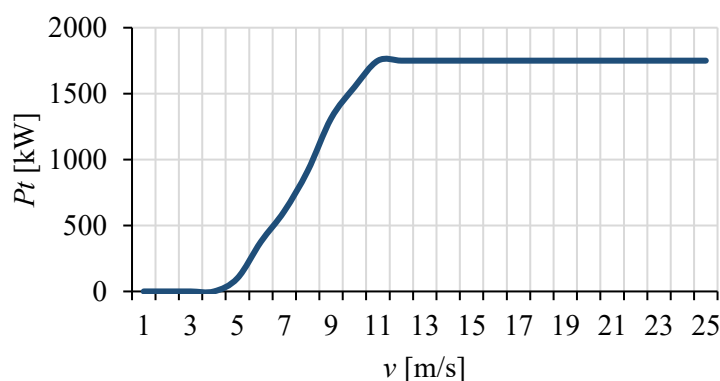
За минималниот дијаметар се добива:

$$D = 2 \sqrt{\frac{A}{\pi}} = 167,9 \text{ m}$$

Задача 4.13: Една ветерна турбина има дијаметар на роторското коло од 100 m. Таа има излезна номинална моќност од 2,88 MW при брзини на ветерот од 11 m/s, а не работи кога брзините на ветерот се помали од 5 m/s или поголеми од 25 m/s. Колку електрична енергија би произвела ветерната турбина годишно при следните податоци и претпоставки:

- 40 % од времето брзината на ветерот е помала од минималната;
- 15 % од времето брзината на ветерот е поголема од максималната;
- 25 % од времето брзината на ветерот изнесува 8 m/s, при $C_p = 0,45$;
- 20 % од времето брзината на ветерот е помеѓу 11 m/s и 25 m/s.

Колку изнесува факторот на искористување на капацитетот?



Слика 4.6 Крива на моќност на ВТ за задача 4.13

Решение:

Познати параметри во задачата:

$$D = 100 \text{ m}$$

$$P_n = 2,88 \text{ MW}$$

$$v_n = 11 \text{ m/s}$$

$$v_{cutin} = 5 \text{ m/s}$$

$$v_{cutout} = 25 \text{ m/s}$$

$$W_{el} = ?$$

$$\text{при } v = 8 \text{ m/s} \Rightarrow C_p = 0,45$$

$$t_{v<5} = 0,4 \cdot T_{god}$$

$$t_{v>25} = 0,15 \cdot T_{god}$$

$$t_{v=8} = 0,25 \cdot T_{god}$$

$$t_{v=v_n} = 0,2 \cdot T_{god}$$

$$T_{god} = 8760 \text{ h}$$

$$CF = ?$$

За да се пресмета произведената електрична енергија на годишно ниво при наведените услови, се зема предвид дека збирот од сите периоди кога дувала некаква брзина на ветерот изнесува:

$$\sum_{i=1}^n t_n = 0,4 + 0,15 + 0,25 + 0,2 = 1 = 100 \%$$

Па така, за електричната енергија се дефинира следниот израз:

$$W_{el} = t_{v<5} \cdot P_{v<5} + t_{v>25} \cdot P_{v>25} + t_{v=8} \cdot P_{v=8} + t_{v=v_n} \cdot P_n = 0 + 0 + t_{v=8} \cdot P_{v=8} + t_{v=v_n} \cdot P_n$$

Притоа, излезната моќност при брзина на ветерот $v = 8 \text{ m/s}$ изнесува:

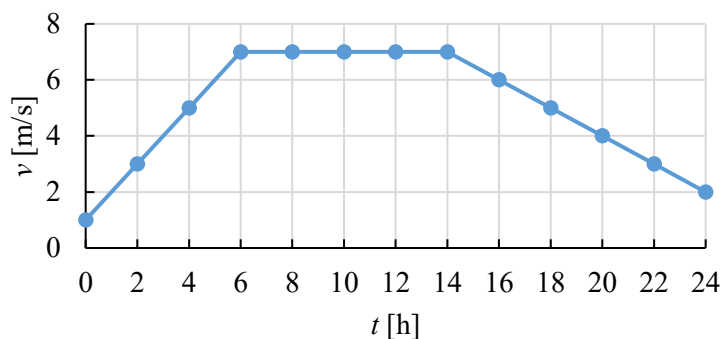
$$P_{v=8} = \frac{1}{2} \rho v_8^3 A C_{p,v=8} = \frac{1}{2} \cdot 1,225 \cdot 8^3 \cdot \frac{100^2 \pi}{4} \cdot 0,45 = 1\,108\,353,9 \text{ W} = 1,108 \text{ MW} \Rightarrow$$

$$W_{el} = t_{v=8} \cdot P_{v=8} + t_{v=v_n} \cdot P_n = T_{god}(0,25 \cdot 1,108 + 0,2 \cdot 2,88) = 7472,28 \text{ MWh/год.}$$

Факторот на искористување на капацитетот изнесува:

$$CF = \frac{W_{el}}{P_n \cdot T_{god}} = \frac{7472,28}{2,88 \cdot 8760} = 0,296 \Rightarrow 29,6 \%$$

Задача 4.14: Да се определи дневното производство на електрична енергија на една ветерната турбина со дијаметар на роторот $D = 100 \text{ m}$, коефициент на полезно дејство на генераторот $\eta_g = 0,83$ и механички коефициент на полезно дејство $\eta_{meh} = 0,65$. Промената на брзината на ветерот $v(t)$ во текот на еден ден е претставена на графиконот и да се земе предвид дека ветерната турбина може да ги искористи брзините помеѓу $4 \leq v \leq 25 \text{ m/s}$.



Слика 4.7 Промена на ветерот во текот на еден ден за задача 4.14

Решение:

Познати параметри во задачата:

$$D = 100 \text{ m}$$

$$\eta_g = 0,83$$

$$\eta_{meh} = 0,65$$

$$v = f(t)$$

$$v_{vkl.} = 4 \text{ m/s}$$

$$v_{iskl.} = 25 \text{ m/s}$$

$$W = ?$$

Електричната енергија што може да ја произведе ветерната турбина е зависна од временската промена на брзината на ветерот:

$$\begin{aligned}
 W(t) &= \int_0^{24} P(t)dt = \int_0^{24} \frac{8}{27} \rho \cdot A \cdot \eta_{mech} \cdot \eta_g \cdot v^3(t)dt = \frac{8}{27} \cdot 1,225 \cdot 50^2 \pi \cdot 0,65 \cdot 0,83 \int_0^{24} v(t)^3 dt \\
 &= 1537,96 \int_0^{24} v(t)^3 dt
 \end{aligned}$$

Имајќи предвид дека зависноста на брзината од времето е различна во три интервали и дополнително ветерната турбина не работи при брзини помали од 4 m/s, се анализираат следните периоди кога се произведува електрична енергија:

$$\begin{aligned}
 W(t) &= \int_0^3 P(t)dt + \int_3^6 P(t)dt + \int_6^{14} P(t)dt + \int_{14}^{20} P(t)dt + \int_{20}^{24} P(t)dt \\
 &= 0 + \int_3^6 P(t)dt + \int_6^{14} P(t)dt + \int_{14}^{20} P(t)dt + 0
 \end{aligned}$$

во периодот 3 – 6 h:

зависноста на брзината од времето е дефинирана со правата $v = t + 1 \Rightarrow$

$$W_1(t) = \int_3^6 P(t)dt = 1537,96 \int_3^6 v(t)^3 dt = 1537,96 \int_3^6 (t + 1)^3 dt = 1537,96 \cdot \frac{(t + 1)^4}{4} \Big|_3^6 = 824731,05 \text{ Wh}$$

во периодот 6 – 14 h:

зависноста на брзината од времето е дефинирана со права на константа $v = 7 \Rightarrow$

$$W_1(t) = \int_6^{14} P(t)dt = 1537,96 \int_6^{14} v(t)^3 dt = 1537,96 \int_6^{14} 7^3 dt = 1537,96 \cdot 7^3 t \Big|_6^{14} = 4220162,24 \text{ Wh}$$

во периодот 14 – 20 h:

зависноста на брзината од времето е дефинирана со правата $v = -\frac{t}{2} + 14 \Rightarrow$

$$\begin{aligned}
 W_1(t) &= \int_{14}^{20} P(t)dt = 1537,96 \int_{14}^{20} v(t)^3 dt = 1537,96 \int_{14}^{20} \left(-\frac{t}{2} + 14\right)^3 dt = 1537,96 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \left(-\frac{t}{2} + 14\right)^4 \Big|_{14}^{20} \\
 &= 1649462,1 \text{ Wh}
 \end{aligned}$$

Може да се пресмета дека вкупната произведена електрична енергија во текот на целиот ден изнесува:

$$W = W_2 + W_3 + W_4 = 6694355,39 \text{ Wh} = 6,69 \text{ MWh}$$

Задача 4.15: На локација со висока и густа шума, т.е. се карактеризира со висина на нерамност на земјата $h_0 = 0,8 \text{ m}$, се планира поставување на ветерна турбина од тип Siemens Gamesa SG 128-5.0 MW, со инсталирана моќност $P_n = 5 \text{ MW}$. Мерењата за брзината на ветерот на конкретната микролокација, во текот на една година, се правени на висина од 70 m над земјата. Според тоа, во Табела 4.10 се прикажани нормализирани вредности за веројатносната појава на секоја брзина,

а и вредноста на факторот C_p за секоја упадна брзина на ветерот. За ветерната турбина познати се и нејзиниот дијаметар $D = 128 \text{ m}$ и висината на столбот $h = 140 \text{ m}$. Колку ќе изнесува факторот на искористување на капацитетот ако се смета дека густината на воздухот изнесува $\rho = 1,17 \text{ kg/m}^3$. Колку вакви ветерни турбини треба да се инсталираат за цело ветерно поле да произведува електрична енергија годишно колку и ХЕЦ „Св. Петка“ - $W_{HEC} = 43 \text{ GWh}$?

Табела 4.10 Мерни податоци за брзините на ветерот на конкретната микролокација и ефикасноста на SG 128-5.0MW

$v_{i,70} [\text{m/s}]$	$f_i(v)[\%]$	C_p	$v_{i,70} [\text{m/s}]$	$f_i(v)[\%]$	C_p
0	6,8	0	11	2,6	0,4
1	5	0	12	2,1	0,34
2	8,4	0	13	1,5	0,28
3	11,9	0,28	14	1,2	0,23
4	12	0,39	15	0,6	0,19
5	11	0,4	16	0,5	0,16
6	10,3	0,46	17	0,2	0,13
7	9,2	0,48	18	0,1	0,11
8	6,9	0,48	19	0,1	0,09
9	5,2	0,47	20	0,1	0,07
10	4,1	0,44		100	

Решение:

Познати параметри во задачата:

Тип турбина SG 128-5.0MW

$$h_0 = 0,8 \text{ m}$$

$$P_n = 5 \text{ MW}$$

$$h_{ref} = 70 \text{ m}$$

$$D = 128 \text{ m}$$

$$h = 140 \text{ m}$$

$$\rho = 1,17 \text{ kg/m}^3$$

$$CF = ?$$

$$W_{HEC} = 43 \text{ GWh}$$

$$\text{при } W_{VEC} = W_{HEC} \Rightarrow n = ?$$

За подобра визуализација на мерните податоци, со хистограм графикон на слика 4.8 се прикажани фреквенциските зачестености на брзините на ветерот на конкретната мерна локација:



Слика 4.8 Фреквенциска зачестеност на брзините на ветерот за задача 4.15

Факторот на искористување на капацитетот се пресметува според изразот:

$$CF = \frac{W_{god}}{P_n \cdot T_{god}} \Rightarrow W_{god} = ?$$

За да се пресмета годишното производство на електрична енергија од ветерната турбина, потребно е да се определи вертикалната распределба на ветерот за висината на поставување на турбинското коло:

$$v_{i,140} = v_{ref} \frac{\ln\left(\frac{h}{h_0}\right)}{\ln\left(\frac{h_{ref}}{h_0}\right)} = v_{i,70} \frac{\ln\left(\frac{h}{h_0}\right)}{\ln\left(\frac{h_{ref}}{h_0}\right)}$$

Со така пресметаните брзини на ветерот на висина од 140 m се пресметува излезната електрична моќност од ветерната турбина за секој интервал на брзини - $P_{i,el}$:

$$P_{i,el} = \frac{1}{2} \rho v_{i,140}^3 A C_p,$$

По тоа се зема предвид и фреквенциската зачестеност, со цел да се пресмета реализираната излезна електрична моќност:

$$P_{i,el-real} = P_{i,el} \cdot f_i(v)$$

Овие пресметки се прикажани во Табела 4.11:

Табела 4.11 Пресметани вредности за задача 4.15

$v_{i,140} [m/s]$	$f_i [1]$	C_p	$P_{i,el} [kW]$	$P_{i,el-real} [kW]$
0,00	0,07	0,00	0,00	0,00
1,16	0,05	0,00	0,00	0,00

2,31	0,08	0,00	0,00	0,00
3,47	0,12	0,28	36,37	4,33
4,62	0,12	0,39	120,07	14,41
5,78	0,11	0,40	240,53	26,46
6,93	0,10	0,46	477,98	49,23
8,09	0,09	0,48	792,01	72,87
9,24	0,07	0,48	1182,24	81,57
10,40	0,05	0,47	1648,24	85,71
11,55	0,04	0,44	2116,65	86,78
12,71	0,03	0,40	2561,14	66,59
13,86	0,02	0,34	2826,30	59,35
15,02	0,02	0,28	2959,27	44,39
16,17	0,01	0,23	3036,04	36,43
17,33	0,01	0,19	3084,77	21,59
18,48	0,01	0,16	3152,65	18,92
19,64	0,00	0,13	3072,46	6,14
20,79	0,00	0,11	3086,07	3,09
21,95	0,00	0,09	2969,61	2,97
23,10	0,00	0,07	2693,92	2,69
24,26	0,00	0,06	2673,04	0,00
25,41	0,00	0,05	2561,14	0,00
26,57	0,00	0,04	2341,21	0,00
27,72	0,00	0,04	2660,05	0,00
28,88	0,00	0,03	2254,95	0,00
	1,00			5987676,63

Очекуваното годишно производство на електрична енергија од ветерната турбина изнесува:

$$W_{god} = \sum_{i=1}^{21} P_{i,el} \cdot T_{god} = 683,52 \cdot 8760 = 5987676,63 \text{ kWh} = 5,98 \text{ GWh}$$

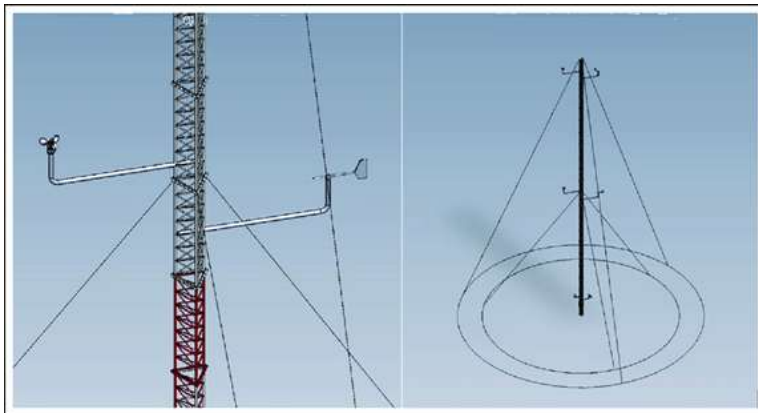
Конечно, може да се пресмета факторот на искористување на капацитетот на ветерната турбина:

$$CF = \frac{5987676,63}{5000 \cdot 8760} = 0,1367 \Rightarrow 13,67 \%$$

За да се пресмета колку вакви ветерни турбини - n може да произведат електрична енергија колку и ХЕЦ „Св. Петка“, т.е. $W_{VEC} = W_{HEC}$, се дефинира следниот запис:

$$n = \frac{W_{VEC}}{W_{god}} = \frac{W_{HEC}}{W_{god}} = \frac{43}{5,98} = 7,18 \approx 8 \text{ ветерни турбини}$$

Задача 4.16: Еден анемометар е поставен на мерна станица за ветер, на висина од 60 m над земјата. Термометарот и барометарот се поставени на висина од 10 m над земјата. Да се определи брзината на ветерот и густината на моќност на 90 m висина над земјата ако анемометарот измерил брзина 6 m/s, термометарот измерил -10°C , а барометарот измерил 940 mbar. За дефинирање на нерамноста на теренот да се смета дека мерната станица е поставена на релативно населена рурална локација, со житни насади.



Слика 4.9 Општ приказ на мерна станица за ветер

Решение:

Познати параметри во задачата:

$$h_a = 60 \text{ m}$$

$$h_t = h_b = 10 \text{ m}$$

$$v(h_a) = 6 \text{ m/s}$$

$$t(h_t) = -10^{\circ}\text{C}$$

$$p(h_b) = 940 \text{ mbar}$$

$$v(90 \text{ m}) = ?$$

$$\bar{P}(90 \text{ m}) = ? [\text{W/m}^2]$$

$$h_0 = 0,055 \text{ m}$$

според класи на

нерамноста на земјата

Густината на моќност на висина од 90 m над земјата се пресметува според следниот израз:

$$\bar{P}(90 \text{ m}) = \frac{1}{2} \rho(90 \text{ m}) \cdot v^3(90 \text{ m}) \Rightarrow$$

$$\rho(90 \text{ m}) \text{ и } v(90 \text{ m}) = ?$$

За да се определи густината на посакуваната висина над земјата, се користи следната формула:

$$\rho(90 \text{ m}) [\text{kg/m}^3] = \frac{p(90 \text{ m}) [\text{Pa}]}{R [\text{J/kg} \cdot \text{K}] \cdot T(90 \text{ m}) [\text{K}]} \Rightarrow$$

$R = 287 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$ – гасна константа, $p(90 \text{ m})$ и $t(90 \text{ m}) = ?$

За пресметка на притисокот и температурата на 90 m над земјата, се користат следните изрази:

$$p(90 \text{ m}) = k_p \cdot p_{ref}$$

k_p – коефициент за корекција на притисокот зависно од висината над земјата

$$k_p = \exp \left[- \left(g \frac{h - h_{ref}}{R \cdot T_{ref}} \right) \right], \text{ каде што}$$

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2 \text{ и } T = 273,15 - 10 = 263,15 \text{ K} \Rightarrow$$

$$k_p = \exp \left[- \left(9,81 \frac{90 - 10}{287 \cdot 263,15} \right) \right] = e^{-0,01039} = 0,9897 \Rightarrow$$

$$p(90 \text{ m}) = k_p \cdot p_o = 0,9897 \cdot 940 = 930,32 \text{ mbar}$$

$$T(90 \text{ m}) = \frac{T_{ref}}{k_t}$$

k_t – температурен коефициент

Бидејќи висинската разлика во случајов е мала, односно не влијае врз промена на температурата, ќе важи $k_t = 1$. Оттука за густината на 90 m над земјата се пресметува следната вредност:

$$\rho(90 \text{ m}) [\text{kg/m}^3] = \frac{p(90 \text{ m}) [\text{Pa}]}{R [\text{J/kg} \cdot \text{K}] \cdot T(90 \text{ m}) [\text{K}]} = \frac{93032}{287 \cdot 263,15} = 1,2318 \text{ kg/m}^3$$

Сега, може да се пресмета екстраполираната вредност на брзината на ветерот:

$$v(90 \text{ m}) = v_o \frac{\ln \left(\frac{h}{h_o} \right)}{\ln \left(\frac{h_{ref}}{h_o} \right)} = 6 \frac{\ln \left(\frac{90}{0,055} \right)}{\ln \left(\frac{60}{0,055} \right)} = 6 \cdot 1,0579 = 6,35 \text{ m/s}$$

Конечно, за густината на моќност на висина од 90 m над земјата се добива:

$$\bar{P}(90 \text{ m}) = \frac{1}{2} \cdot 1,2318 \cdot 6,35^3 = 157,7 \text{ W/m}^2$$

Задача 4.17: На истата мерна станица монтирани се два анемометри на висина од 20 m и 50 m, кои измериле брзини на ветерот 8 m/s и 9,5 m/s, соодветно. Да се процени брзината на ветерот на висина од 35 m над земјата.

Решение:

Познати параметри во задачата:

$$h = 50 \text{ m} \Rightarrow v_h = 9,5 \text{ m/s}$$

$$h_{ref} = 20 \text{ m} \Rightarrow v_{ref} = 8 \text{ m/s}$$

$$h' = 35 \text{ m} \Rightarrow v' = ?$$

За пресметка на брзината на ветерот на висина кога се познати брзините на две други висини над земјата, се користи следната релација:

$$v_h = v_{ref} \left(\frac{h}{h_{ref}} \right)^\alpha, \alpha = ?$$

α – степен на екстраполација на брзината на ветерот

$$\frac{v_h}{v_{ref}} = \left(\frac{h}{h_{ref}} \right)^\alpha \Leftrightarrow \frac{9,5}{8} = \left(\frac{50}{20} \right)^\alpha / \log_{\frac{5}{2}} \Leftrightarrow \alpha = \log_{\frac{5}{2}} \left(\frac{9,5}{8} \right) = 0,1876 \Rightarrow$$

$$v(35 \text{ m}) = 8 \left(\frac{35}{20} \right)^{0,1876} = 8,8853 \text{ m/s или}$$

$$v(35 \text{ m}) = 9,5 \left(\frac{35}{50} \right)^{0,1876} = 8,88529 \text{ m/s}$$

Задача 4.18: Еден ветрогенератор има дијаметар на елисата од 54 m и годишно произведува околу 2271 MWh електрична енергија. Факторот на искористување на капацитетот изнесува 32,4 %. Во текот на годината 27 % брзината на ветерот е под брзината на вклучување на ветрогенераторот, а 9 % од времето таа е над брзината на исклучување. Од преостанатото време познато е дека 28 % брзината на ветерот е 6 m/s (при што $C_p = 0,52$), 23 % брзината на ветерот е 9 m/s (при што $C_p = 0,469$). При претпоставка дека густината на воздухот изнесува 1,225 kg/m³, да се пресмета:

- Инсталираната моќност на ветрогенераторот;
- Моќноста на ветрогенераторот при упадни брзини на ветер од 6 m/s и 9 m/s;
- Оперативните часови на ветрогенераторот при номинална упадна брзина на ветерот;
- Вкупниот број на оперативни часови годишно;
- Колку време би требало ветрогенераторот да работи само со номинална моќност за да го произведе истото количество електрична енергија?

Решение:

Познати параметри во задачата:

$$D = 54 \text{ m}$$

$$W_{el} = 2271 \text{ MWh}$$

$$CF = 32,4 \%$$

$$t_{v < cutin} = 27 \%$$

$$t_{v > cutout} = 9 \%$$

$$t_{v=6} = 28 \% \text{ и } C_{p(v=6)} = 0,52$$

$$t_{v=9} = 23 \% \text{ и } C_{p(v=9)} = 0,469$$

$$\rho = 1,225 \text{ kg/m}^3$$

а) $P_n = ?$

б) $P(6 \text{ m/s})$ и $P(9 \text{ m/s}) = ?$

в) $T_{v=v_n} = ?$

г) $T_{vk} = ?$

д) $T_{vk,n} = ?$

а) Се бара инсталирана моќност на ветрогенераторот $P_n = ?$, при $W_{el} = 2271 \text{ MWh}$ и $CF = 0,324 \Rightarrow$

$$CF = \frac{W_{el}}{P_n \cdot T_{god}} \Rightarrow P_n = \frac{W_{el}}{CF \cdot T_{god}} = \frac{2271}{0,324 \cdot 8760} = 0,8 \text{ MW}$$

б) Потребно е да се определи моќноста на ветрогенераторот при:

- $v_1 = 6 \text{ m/s}$; $C_p(6 \text{ m/s}) = 0,528$; $P(6 \text{ m/s}) = ?$

$$P(6 \text{ m/s}) = \frac{1}{2} \rho v_6^3 A C_{p,v=6}$$

Познати се и податоците:

$$D = 54 \text{ m и } \rho = 1,225 \text{ kg/m}^3 \Rightarrow$$

$$P(6 \text{ m/s}) = \frac{1}{2} \cdot 1,225 \cdot 6^3 \cdot \frac{54^2 \pi}{4} \cdot 0,528 = 159982,017 \text{ W} = 0,16 \text{ MW}$$

- $v_1 = 9 \text{ m/s}$; $C_p(9 \text{ m/s}) = 0,465$; $P(9 \text{ m/s}) = ?$

$$P(9 \text{ m/s}) = \frac{1}{2} \rho v_9^3 A C_{p,v=9}$$

$$P(9 \text{ m/s}) = \frac{1}{2} \cdot 1,225 \cdot 9^3 \cdot \frac{54^2 \pi}{4} \cdot 0,465 = 475514,73 \text{ W} = 0,47 \text{ MW}$$

в) Колку часа годишно ветерната турбина ќе работи со номинална инсталирана моќност:

$$T_{god} = 100 \% = t_{v < cutin} + t_{v > cutout} + t_{v=6} + t_{v=9} + t_{v=v_n} \Leftrightarrow$$

$$100 \% = 27 + 9 + 28 + 23 + t_{v=v_n} \Rightarrow t_{v=v_n} = 13 \%$$

Годишно ветерната турбина ќе работи со номинална инсталирана моќност $0,13 \cdot 8760 = 1139 \text{ h}$.

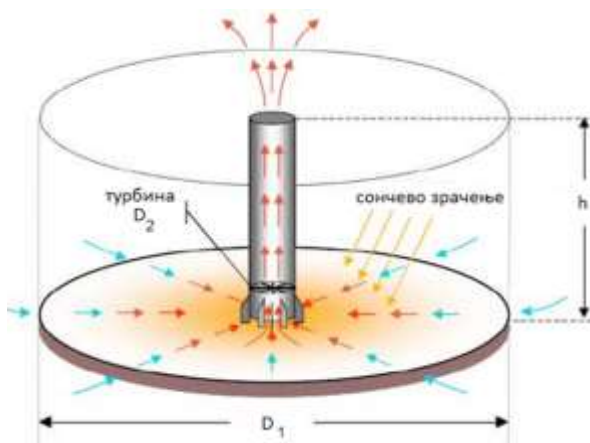
г) Вкупниот број на оперативни часови годишно за вака дефинираните ветерни режими изнесува:

$$T_{vk} = T_{god}(t_{v=6} + t_{v=9} + t_{v=v_n}) = 8760(0,28 + 0,23 + 0,13) = 5606 \text{ h}$$

д) Годишно, за да го произведе истото количество електрична енергија, ветрогенераторот би требало да работи само со номинална моќност:

$$W_{el} = P_n \cdot T_{vk,n} \Rightarrow T_{vk,n} = \frac{W_{el}}{P_n} = \frac{2271}{0,8} = 2838,75 \text{ h}$$

Задача 4.19: Еден соларен оџак е предвиден да обезбедува моќност од 100 MW. Температурната разлика на воздухот внатре и надвор од оџакот се предвидува дека е 35°C . Да се пресмета висината на соларниот оџак што е потребна, ако малиот дијаметар на оџакот е $D_2 = 100\text{ m}$, а температурата во внатрешноста е $T = 300\text{ K}$.



Слика 4.10: Соларен оџак

Решение:

Познати параметри во задачата:

$$P = 100\text{ MW}$$

$$\Delta T = 35^\circ\text{C}$$

$$D_2 = 100\text{ m}$$

$$T = 300\text{ K}$$

$$h = ?$$

Релацијата за излезна моќност од ветерна турбина е:

$$P = \frac{1}{2} A \cdot \rho \cdot v^3 [\text{W}]$$

каде што:

$$\rho \text{ е густина на воздух } \Rightarrow \rho_{\text{воздух}} = 1,225\text{ kg/m}^3,$$

$$A \text{ е површината на ветерната турбина } \Rightarrow A = \frac{D_2^2 \pi}{4},$$

v е брзината непосредно пред ветерната турбина, т. е. v_2 .

Соларниот оџак е така изведен да важи релацијата за одржување на масата при динамика на флуиди:

$$A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2$$

Емпириски, брзината v_2 во оџакот се претставува со следната релација:

$$v_2 = C_T \left(\frac{2\Delta p}{\rho} \right)^{1/2} = C_T \left(2 \frac{\Delta T}{T} gh \right)^{1/2}$$

каде што C_T е константа, секојпат < 1 и во која се земаат предвид загубите на енергија поради турбуленциите. За брзини на ветерот во интервалот $7 - 8 \text{ m/s}$, се зема $C_T \sim 0,8$. Па така, за висината на оџакот се пресметува:

$$h = \frac{T}{2 \cdot \Delta T \cdot g} \cdot \left(\frac{P}{0,246 D^2} \right)^{\frac{2}{3}} = \frac{300}{2 \cdot 35 \cdot 9,81} \cdot \left(\frac{100 \cdot 10^6}{0,246 \cdot 100^2} \right)^{\frac{2}{3}} \approx 515,46 \text{ m}$$

Листа на ознаки

Ознака	Физичка големина	Мерна единица
A	Површина	m ²

C	* Специфичен топлински капацитет на вода * Брзина на светлина * Веибулов фактор на скалирање	* Wh/kgK * 300 000 000 m/s * m/s
C	* Капацитет на батерија * Цена	* Ah * парични единици
C_p	Ефикасност на ветерна турбина	/
CF	Фактор на искористување на капацитетот	%
d, D	* Дијаметар * Реден број на денот во годината	* cm, m * /
E_k	Кинетичка енергија	J
E_γ	Енергија на фотон	eV
Es	* Енергетска содржина * Специфична енергетска вредност	* MJ/kg * Kcal/mol
E, W	Електрична енергија	Wh, kWh, MWh, GWh
f	Фреквенција	Hz
F	* Фактор на форма * Флукс на фотони	* / * фотон/m ² s
FF	Фактор на исполнување	/
g	Земјино забрзување	9,81 m/s ²
h	* Планкова константа * Вкупен коеф. за пренос на топлина	* 6,626·10 ⁻³⁴ Js * W/m ² oC
H	* Ослободена топлина при согорување * Висина/Висински пад	* MJ/m ³ * m
I	* Сончево зрачење/радијација * Струја	* Wh/m ² , kWh/m ² * mA, A
k_T	Индекс за просечна месечна ведрина	/
k	* Коефициент за термичка кондукција * Болцманова константа * Веибулов фактор на форма	* W/m°C * 1,38·10 ⁻²³ J/K * /
K	Коефициент за резерва	%
L	Должина	m
m	Маса	kg, t
M	Моларна маса	g/mol
n	* Број на единици/нешта * Брзина на вртење	* / * vrt/min
p	Веројатност за појава	/
P	Моќност	W, kW, MW
q	Елементарен полнеж	1,602·10 ⁻¹⁹ C

Q	* Топлинска енергија * Реактивна моќност * Проток	* Wh, kWh * Var, kVAr, MVar * m ³ /s
r	Есконтна стапка	%
R	* Електрична отпорност * Гасна константа	* mΩ, Ω * 287 J/kgK
S	Привидна моќност	kVA, MVA
S_k	Сончева константа	1366 W/m ² (просечна вредност)
T, t	* Временски период * Температура	* s, min, h, денови * °C, K
U	Напон	mV, V
U_L	Коефициент за пренос на топлина	/
ΔU	Пад на напон	mV, V
v	Брзина	m/s, km/h
V	Волумен	m ³ , L
α	* Упаден агол на сончеви зраци * Фактор на рефлексија (албедо)	* ° * /
β	Оптимален агол за поставување на ФВ	°
δ	Аголот на сончева деклинација	°
ε	Диелектрична константа за конкретен материјал	/
η	Коефициент на полезно дејство	%
λ	Бранова должина	nm
ρ	Густина	kg/m ³
σ	* Штефан-Болцманова константа * Стандардна девијација	* 5,67·10 ⁻⁸ W/m ² K * /
τ	Фактор на трансмисија	/
φ	Агол-географска ширина	°
ω_s	Часовен агол	°

Корисни линкови

На следните линкови се наоѓаат корисни содржини кои може да им го направат на студентите поинтересно, поинтригантно и позабавно изучувањето на обновливите извори на енергија.

Назив	Опис	Линк
Едукативни интернет страници		
Национална лабораторија за обновлива енергија – оддел за учење (eng. <i>National Renewable Energy Laboratory-NREL learning</i>)	Нуди сеопфатни образовни ресурси за различни теми за обновлива енергија, вклучувајќи интерактивна содржина и детални статии.	Energy Basics NREL
Европска комисија – енергетика (eng. <i>European Commission – Energy</i>)	Нуди сеопфатни информации за енергетските политики на ЕУ, вклучувајќи ја и обновливата енергија. Има вести, извештаи и едукативни материјали за различни теми кои ја опфаќаат енергетиката.	Energy - European Commission (europa.eu)
Американско министерство за енергетика (eng. <i>Energy.gov-U.S. Department of Energy</i>)	Содржи детални информации за различни видови обновлива енергија, вклучувајќи статии, инфографикони и едукативни видеа.	Renewable Energy Department of Energy
Во светот на обновливата енергија (eng. <i>Renewable Energy World</i>)	Содржи ажурирани вести, написи и ресурси за најновите случувања во областа на обновливите извори на енергија.	The Latest in Clean Energy News Renewable Energy News (renewableenergyworld.com)
Масовно достапни онлајн курсеви (eng. <i>Massive open online course - MOOC</i>)		
Coursera Renewable Energy	Содржи онлајн курсеви за обновлива енергија од универзитети и организации, вклучувајќи квизови и интерактивни задачи.	Best Renewable Energy Courses Online with Certificates [2024] Coursera
edX	Обезбедува бесплатни и платени курсеви за обновливи извори на енергија од врвни институции, со интерактивни содржини и пресметки.	Learn Renewable Energy With Online Courses & Programs edX
Интерактивни онлајн содржини		
Климатски заедници на знаење и иновации (eng. <i>Climate - Knowledge and Innovation Communities-KIC</i>)	Главната иницијатива на ЕУ за климатски иновации, која нуди онлајн ресурси, курсеви и интерактивни алатки за климатските промени и	Climate-KIC Leading climate innovation agency and community

	обновливите извори на енергија.	
Видеа и визуелна содржина		
Информативни и инспиративни видеа (TED talks)	Ideas about Renewable energy (ted.com)	
Јутјуб-каналы	Real Engineering - YouTube	
	Why It Was Almost Impossible to Make the Blue LED (youtube.com)	
	Engineering with Rosie Channel Trailer (youtube.com)	

Литература

- [1] S. Maths, *Student booklet - Mathematics of solar panels*, ATSE STELR Project.
- [2] T. R. Foundation, "Eco Business," 23 March 2016. [Мрежен]. Available: <https://www.eco-business.com/news/australia-announces-a1-billion-clean-energy-fund-in-break-with-past/>. [Пристапено на 30 July 2023].
- [3] Reve, "Abengoa obtains environmental approval for Atacama 2 Concentrated Solar Power (CSP) plant," 27 May 2015. [Мрежен]. Available: <https://www.evwind.es/2015/05/27/abengoa-obtains-environmental-approval-for-atacama-2-concentrated-solar-power-csp-plant/52386>. [Пристапено на 02 November 2023].
- [4] T. U. o. Edinburgh, "Tandem Solar Cells," 2017. [Мрежен]. Available: <http://www.solarspark.chem.ed.ac.uk/science/solar-technology/tandem-solar-cells>. [Пристапено на 9 August 2023].
- [5] "Sustainable Energy – Biogas," Pioneer Industrial Corporation, 13 October 2021. [Мрежен]. Available: <https://www.pioneerindustrial.com/sustainable-energy-biogas/>. [Пристапено на 31 July 2024].
- [6] С. Поцева-Николова и А. Чаушевски, Збирка решени задачи по Експлоатација на електроенергетски постројки, Скопје: ФЕИТ, 2022.
- [7] S. Mathew, *Wind Energy - Fundamentals, Resource Analysis and Economics*, The Netherlands: Springer, 2006.
- [8] G. N. Tiwari, *Fundamentals of Renewable Energy Sources*, Narosa Publishing House, 2007.
- [9] Z. Salameh, *Renewable Energy System Design*, Oxford: Elsevier, 2014.
- [10] T. Ackerman, *Wind Power in Power Systems*, United Kingdom: John Wiley & Sons, 2005.

Маја Целеска Крстевска, Влатко Стоилков

Основи на обновливи извори на енергија

- збирка решени задачи -

Издавач:

Универзитет „Св. Кирил и Методиј“ во Скопје

Уредници:

Маја Целеска Крстевска, Влатко Стоилков

Техничка и графичка обработка:

Маја Целеска Крстевска, Влатко Стоилков

Илустратор:

Маја Целеска Крстевска

Лектура:

Ивана Кузманоска

Тираж:

електронско издание

Ниту еден дел од оваа публикација не смее да биде репродуциран на било кој начин без претходна писмена согласност на авторот

Е-издание: <https://ukim.edu.mk/e-book/00166>